

5. ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДАХ

Линиями передачи электромагнитной энергии на сверхвысоких частотах служат так называемые волноводы в виде металлических труб с разнообразными конфигурациями поперечного сечения. В этом разделе рассматриваются основные закономерности распространения волн в волноводах, имеющие не только важное прикладное значение, но и фундаментальное, мировоззренческое.

5.1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

5.1.1 Общий вид решения волновых уравнений

Рассмотрим так называемый регулярный волновод (рис. 5.1), то есть волновод, имеющий сечение в поперечной плоскости xy , одинаковое вдоль оси z . Допустим также, что потери энергии в металлических стенках и заполняющей среде отсутствуют ($\alpha = 0$).

Полученные в разд. 3 волновые уравнения (3.21) для векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} эквивалентны шести скалярным уравнениям для проекций и для волноводов без потерь имеют структуру

$$\nabla^2 \dot{F} + k^2 \dot{F} = 0. \quad (5.1)$$

Здесь под $\dot{F}(x, y, z, t)$ нужно понимать любую из проекций вектора электрического или магнитного поля на координатные оси.

Временная зависимость $\dot{F}(t) \sim \exp(i\omega t)$ уже определена используемым методом комплексных амплитуд. Из проведенного рассмотрения волновых процессов видно, что поля в волноводе можно представить в общем виде как суперпозицию падающих и отраженных волн, которые распространяются вдоль волноводов (ось z), и искать решение волновых уравнений в виде:

$$\dot{F}(x, y, z, t) = \dot{F}^+(x, y)e^{i(\omega t - Kz)} + \dot{F}^-(x, y)e^{i(\omega t + Kz)}. \quad (5.2)$$

Здесь надо принять допущение, что волновое число имеет величину $K \neq k$, то есть считать, что в общем случае в волноводе длина волны $\Lambda = 2\pi/K$ не равняется длине волны $\lambda = 2\pi/k$ в неограниченном пространстве и соответственно фазовая скорость $v_\phi = \omega/K$ волны вдоль волновода отличается от

скорости света $c = \omega/k$. Подобная ситуация имеет место при наклонном падении плоской волны на отражающую поверхность.

Функции $\dot{F}^\pm(x, y)$ характеризуют распределение полей в поперечной плоскости волновода и играют роль амплитуд падающей и отраженной волн. Причем, эти функции подобны и отличаются только постоянным множителем, так как удовлетворяют одному и тому же дифференциальному уравнению. Если зависимость полей от продольной координаты нами определена, то вид волновых уравнений упрощается. В этом легко удостовериться, подставив выражение (5.2) в волновые уравнения (5.1). Поскольку для (5.2) $\partial/\partial z = \pm iK$, а $\partial^2/\partial z^2 = -K^2$, то

$$\nabla_{x,y}^2 \dot{F}^\pm(x, y) + (k^2 - K^2) \dot{F}^\pm(x, y) = 0. \quad (5.3)$$

Здесь $\nabla_{x,y}^2$ – оператор Лапласа, который включает в себя производные только по поперечным координатам.

Начиная решение уравнения (5.3), напомним, что функции $\dot{F}^\pm(x, y)$, характеризующие распределение полей в поперечном сечении волновода, подобны. Поэтому для выяснения их общих закономерностей ограничимся рассмотрением лишь падающей волны. Уравнение типа (5.3) в частных производных удобно решать методом разделения переменных, описанным в разд. 2.1.3. Обозначив $\dot{F}^\pm(x, y) = X(x)Y(y)$ и выполнив описанную процедуру разделения, получим вместо (5.3) два уравнения:

$$d^2X/dx^2 + k_x^2 X = 0, \quad d^2Y/dy^2 + k_y^2 Y = 0. \quad (5.4)$$

Здесь через k_x и k_y обозначены так называемые *постоянные разделения*, для которых выполняется равенство $k_x^2 + k_y^2 = k^2 - K^2$, или

$$k_x^2 + k_y^2 + K^2 = k^2, \quad (5.5)$$

и которые иногда называют (по аналогии с k и K) поперечными волновыми числами, несмотря на то, что в поперечном направлении распространения волн не происходит.

Решение уравнений (5.4) можно представить в виде гармонических функций:

$$X(x) = C_x \frac{\sin}{\cos}(k_x x + \varphi_x); \quad Y(y) = C_y \frac{\sin}{\cos}(k_y y + \varphi_y).$$

Двойная запись означает, что исходя из удобства, можно выбирать любую из функций, пока постоянные интегрирования φ_x и φ_y не определены.

Полученные выражения позволяют записать общий вид решения волновых уравнений для любой из составляющих электрического и магнитного полей в форме

$$\vec{F}^+(x, y) = C^+ \frac{\sin}{\cos}(k_x x + \varphi_x) \frac{\sin}{\cos}(k_y y + \varphi_y). \quad (5.6)$$

Это выражение показывает, что гармонические изменения напряженности аналогичны полям стоячей волны в поперечном сечении, а в продольном направлении в волноводе существует волновой процесс, который характеризуется продольным волновым числом K . Постоянные интегрирования φ_x и φ_y и постоянные разделения k_x и k_y обычно находятся из граничных условий, которые могут быть сформулированы для каждого конкретного волновода.

5.1.2. Дисперсия в волноводах

Выясним, что кроется за нашим предположением относительно отличия волновых чисел в волноводе и свободном пространстве. Для этого обозначим разницу ($k^2 - K^2$) выражением $(2\pi/\lambda_{кр})^2$, которое по форме совпадает с выражением для волновых чисел через соответствующие длины волн. Сократив все члены этого равенства на $(2\pi)^2$, получим $1/\lambda_{кр}^2 = 1/\lambda^2 - 1/\Lambda^2$, откуда

$$\Lambda = \lambda / \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}. \quad (5.7)$$

Поскольку фазовая скорость распространения волны в волноводе связана с длиной волны в волноводе соотношением $v_\phi = \Lambda f$, аналогичным $c = \lambda f$, то

$$v_\phi = c / \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}. \quad (5.8)$$

Чтобы выяснить физическое содержание формально введенной величины $\lambda_{кр}$, заменим под корнем отношение длин волн обратным отношением соответствующих частот ($f_{кр} = c/\lambda_{кр}$) и запишем:

$$\begin{aligned} v_\phi &= c / \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}, \\ \Lambda &= \lambda / \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}, \\ K &= k \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Первое из этих соотношений показывает, что фазовая скорость зависит от частоты, и характеризует закон дисперсии для волновода, который изображен графиком на рис. 5.2.

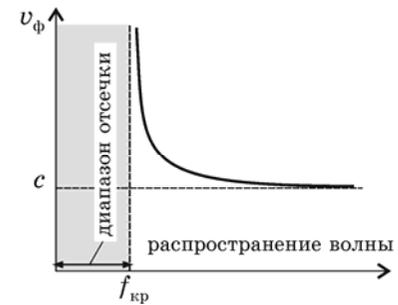


Рис. 5.2. Общий вид закона дисперсии электромагнитных волн в волноводах

Важной особенностью этой зависимости является то, что в волноводе $v_\phi > c$. Не менее важная особенность данного закона связана с тем, что действительные значения фазовой скорости, а значит, и нормальное распространение электромагнитных волн по волноводу возможно лишь для области частот $f > f_{кр}$. Отсюда понятным становится физическое содержание обозначения $f_{кр}$: критическая частота — это предельная частота, которая разделяет диапазон нормального распространения электромагнитных полей в виде волн и так называемый диапазон отсечки $f < f_{кр}$. Подобное содержание имеет и критическая длина волны $\lambda_{кр}$, как некоторое предельное значение длины волны (измеренное в свободном пространстве) между указанными диапазонами, но на шкале длин волн. Условие распространения в терминах длин волн формулируется в виде неравенства $\lambda < \lambda_{кр}$, однако длина волны в волноводе другая, чем (на той же частоте) в свободном пространстве; она всегда больше ($\Lambda > \lambda$), и при приближении к критическому режиму стремится к бесконечности.

Понимание этого явления было бы неполным без выяснения особенностей поведения электромагнитных полей в режиме отсеки. Если будем пытаться возбуждать волновод на частоте ниже критической, то в соответствии с (5.9) фазовая скорость, длина волны, а значит, и волновое число в волноводе должны быть мнимыми величинами. Поэтому волновые множители в (5.2) принимают форму $e^{\pm |K|z} e^{i\omega t}$, которая показывает, что составляющие поля во всех точках волновода колеблются синфазно во времени, а амплитуда колебаний вдоль волновода уменьшается экспоненциально. Такое явление нельзя назвать поглощением, так

как оно наблюдается в волноводах без потерь, а можно представить как некоторые краевые поля, которые существуют на некотором расстоянии от места возбуждения, но не способные возбудить электромагнитную волну, бегущую по волноводу.

Кроме рассмотренного в данном разделе явления, дисперсия в волноводе возможна также за счет потерь в стенках волновода или в заполняющей диэлектрике подобно тому, как это имело место в случае плоской волны.

5.1.3. Типы волн в волноводах

Для выяснения вопроса о классификации волн по разным типам сделаем сначала некоторые формальные превращения. Воспользуемся выражениями уравнений Максвелла в проекциях на оси координат (3.3) и будем считать для упрощения, что в волноводе распространяется только падающая волна. Это не изменит общность выводов, так как функции $F^+(x, y)$ и $F^-(x, y)$ подобны. Поскольку характер изменения полей вдоль оси задается выражением (5.2), то в (3.3) примем, что $\partial/\partial z = -iK$.

Рассматривая затем первое и пятое уравнение как систему для \dot{E}_x и \dot{H}_y , а второе и четвертое как систему для \dot{E}_y и \dot{H}_x , и решая эти системы уравнений, получим такие выражения для поперечных составляющих полей через продольные:

$$\begin{aligned}\dot{E}_x &= -i(K\partial\dot{E}_z/\partial x + \omega\mu\mu_0\partial\dot{H}_z/\partial y)/(k^2 - K^2); \\ \dot{H}_y &= i(\omega\varepsilon\varepsilon_0\partial\dot{E}_z/\partial x + K\partial\dot{H}_z/\partial y)/(k^2 - K^2); \\ \dot{E}_y &= -i(K\partial\dot{E}_z/\partial y + \omega\mu\mu_0\partial\dot{H}_z/\partial x)/(k^2 - K^2); \\ \dot{H}_x &= i(\omega\varepsilon\varepsilon_0\partial\dot{E}_z/\partial y + K\partial\dot{H}_z/\partial x)/(k^2 - K^2); \end{aligned} \quad (5.10)$$

Структура этих выражений однотипна: первое слагаемое в числителе определяется продольной составляющей электрического поля, второе – продольной составляющей магнитного поля. Очевидно, возможно существование таких структур волн, в которых отсутствует продольная составляющая или электрического, или магнитного поля. Соответственно выделяют две группы волн: так называемые *ТЕ*-волны и *ТМ*-волны.

1. **ТЕ-волны** характеризуются отсутствием продольной составляющей электрического поля ($E_z = 0$). Одна из особенностей таких волн состоит в том, что отношение поперечных составляющих электрического и магнитного полей не зависит от координат. Это отношение называется *волновым сопротивлением волновода*, причём

$$Z_0^{TE} = \left| \frac{E_x}{H_y} \right| = \left| \frac{E_y}{H_x} \right| = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \frac{\omega\mu\mu_0}{K} = Z_c \frac{\Lambda}{\lambda} = Z_c / \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2}. \quad (5.11)$$

2. **ТМ-волны** характеризуются отсутствием продольной составляющей магнитного поля ($H_z = 0$). Волновое сопротивление волновода для этих волн

$$Z_0^{TM} = \left| \frac{E_x}{H_y} \right| = \left| \frac{E_y}{H_x} \right| = \frac{E_{\perp}}{H_{\perp}} = \frac{K}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} = Z_c \frac{\lambda}{\Lambda} = Z_c \sqrt{1 - (f_{кр}/f)^2} \quad (5.12)$$

3. Возможно ли существование таких электромагнитных волн, в которых обе продольные составляющие отсутствуют ($E_z = H_z = 0$)? На первый взгляд в этом случае все продольные составляющие в (5.10) принимают нулевые значения, и существование таких полей невозможно. Это действительно так, за исключением случая, когда знаменатель в (5.10) также обращается в нуль ($K \rightarrow k$). Оказывается, возможно существование так называемых **ТЕМ-волн** ($E_z = H_z = 0$), но необходимым условием этого является равенство $K = k$. Для таких волн характерно отсутствие дисперсии ($v_{\phi} = c$).

Целесообразность проведенной классификации заключается в том, что сравнительно легко можно количественно анализировать лишь отдельные типы волн, а любые сложные поля можно подать как их суперпозицию.

5.1.4. Волны без дисперсии

Возможно ли распространение в волноводах (без потерь) таких электромагнитных волн, для которых не наблюдается дисперсия? Какие необходимые условия нужно выполнить для существования таких волн, и какими параметрами они должны характеризоваться?

Формулы (5.7) – (5.9) справедливы, если $(k^2 - K^2) > 0$. Именно это неравенство было исходным для последующих выводов о характере дисперсии в волноводах. И если возможно существование бездисперсионных волн, то необходимым условием этого является равенство $(k^2 - K^2) = 0$ или $k = K$. Оно означает, что скорость распространения таких волн равна скорости света ($v_{\phi} = c$) в среде, которая заполняет волновод, и длина волны в волноводе равна длине волны в свободном пространстве ($\Lambda = \lambda$). Эти же равенства можно получить, если в (5.7 – 5.9) формально принять $\lambda_{кр} \rightarrow \infty$, или $f_{кр} \rightarrow 0$. Принимая во внимание физическое содержание $f_{кр}$, можно сделать вывод, что волны без дисперсии не

имеют режима отсечки, то есть их распространение в волноводе возможно на любых частотах, включая самые низкие. О характере полей в волноводе без дисперсии можно судить из уравнения (5.3), если в нем принять $k = K$:

$$\nabla_{x,y}^2 \dot{F}^{\pm}(x, y) = 0. \quad (5.13)$$

Данное выражение по форме совпадает с двумерным уравнением Лапласа, которое описывает статические поля. Но поскольку граничные условия на стенках волновода и для переменных и для статических полей одинаковы, можно сделать следующие выводы. Во-первых, характер распределения полей в поперечном сечении волновода для волн без дисперсии такой же, как и для статических полей, и, во-вторых, распространение волн без дисперсии возможно лишь в волноводах, которые допускают существование статических полей. К ним относятся такие линии передачи, как коаксиальный волновод, полосковая линия и тому подобные, которые имеют как минимум два проводника и допускают присоединение источника постоянного напряжения.

Дальше будет рассмотрено, что для *TE*- или *TM*-волн возможно существование бесконечного множества их типов. *TEM*-волны, распределение поперечных полей для которых такой же, как и статических, при заданной конфигурации волновода имеют единственное решение уравнений Лапласа и, следовательно, не имеют разновидностей.

5.2. ВИДЫ ВОЛНОВОДОВ

5.2.1. Прямоугольный волновод

Самая простая модель для количественного исследования процессов распространения электромагнитных волн в волноводах – прямоугольный волновод (рис.5.3), то есть металлическая труба с прямоугольным поперечным сечением размерами $a \times b$.

Прямоугольные волноводы широко используются при передаче электромагнитных волн в сантиметровом и миллиметровом диапазонах, особенно при высоких уровнях мощности. Для упрощения будем считать, что потери в стенках волновода и в заполняющем его диэлектрике отсутствуют. Это дает

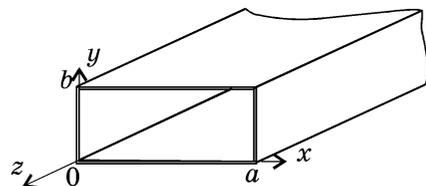


Рис. 5.3. Сечение прямоугольного волновода

возможность проще сформулировать граничные условия: на стенках волновода отсутствует касательная составляющая электрического поля ($E_z = E_y = 0$ при $x = 0$ и $x = a$, $E_z = E_x = 0$ при $y = 0$ и $y = b$). Чтобы не определять постоянные интегрирования для каждой составляющей поля, воспользуемся таким приемом: запишем выражения для продольной составляющей поля в форме (5.6), а поперечные найдем из (5.10). При этом можно обойтись без формулировки граничных условий для магнитного поля. Кроме того, допущение о бесконечной длине волновода позволяет рассматривать лишь падающую волну. Некоторые особенности *TE*- и *TM*-волн требуют их отдельного анализа.

***TE*-волны ($E_z = 0$).** Запишем выражение для амплитуды (волновой множитель опускаем) продольной составляющей магнитного поля:

$$H_z = iH_0 \cos(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y). \quad (5.14)$$

Подставляя (5.14) в (5.10), получаем выражения для поперечных составляющих:

$$\begin{aligned} E_x &= -H_0 k_y \omega \mu_0 \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ E_y &= H_0 k_x \omega \mu_0 \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_x &= -H_0 k_y K \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_y &= H_0 k_x K \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \end{aligned} \quad (5.15)$$

Принимая в соответствии с граничными условиями $E_y = 0$ при $x = 0$ и $x = a$, получаем $\varphi_x = 0$ и $k_x = m\pi/a$, где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$. Принимая $E_x = 0$ на широких стенках волновода ($y = 0$, $y = b$), получаем $\varphi_y = 0$ и $k_y = n\pi/b$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Определение постоянных интегрирования и постоянных разделения позволяет получить выражения для *TE*-волн:

$$\begin{aligned} E_x &= -H_0 Z_0^{TE} k_y K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ E_y &= H_0 Z_0^{TE} k_x K \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_x &= -H_0 k_x K \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_y &= H_0 k_y K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_z &= iH_0 \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b); \end{aligned} \quad (5.16)$$

Постоянная H_0 может быть определена из начальных условий или, например, при известной мощности, которая передается по волноводу.

Очень важный результат полученного решения заключается в том, что *в волноводе возможно распространение бесконечного множества разных типов (мод) волн*, каждая из которых характеризуется определенной парой значений чисел m и n и обозначается TE_{mn} . Из выражений (5.16) легко понять физическое содержание этих чисел: они показывают количество полупериодов поля, которое укладывается соответственно вдоль широкой и узкой стенок волновода. Числа m и n могут *независимо* друг от друга принимать любые цели положительные (отрицательные ничего нового не дают) значения. Исключением является случай одновременного равенства $m = 0$ и $n = 0$, когда все поперечные составляющие принимают нулевые значения. Самую простую конфигурацию полей имеют естественно типы волн с наименьшими индексами. На рис. 5.4. изображено распределение продольной составляющей магнитного поля в поперечном сечении для некоторых мод. Штриховыми линиями для волны TE_{32} выделены "звенья", в которых распределение поля имеет такой же вид, как и для волны TE_{11} .

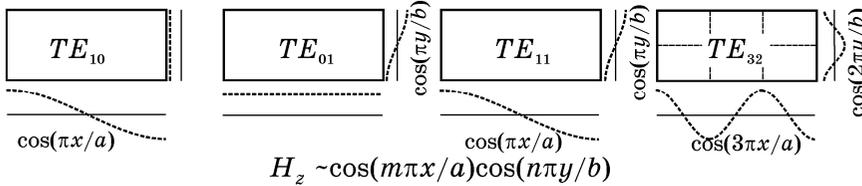


Рис. 5.4. Характерные функции распределения продольной составляющей магнитного поля в поперечном сечении волновода для некоторых мод. Числа m и n определяют количество полупериодов стоячей волны вдоль широкой и узкой стенок соответственно

Второй важный результат заключается в том, что определение постоянных k_x и k_y позволяет из равенства (5.5) найти критическую длину волны

$$\lambda_{кр} = 2/\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}, \quad (5.17)$$

которая зависит от *типа волны и размеров волновода*.

ТМ-волны ($H_z = 0$). В данном случае удобно выбрать выражение для продольной составляющей электрического поля в форме

$$E_z = iE_0 \sin(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y). \quad (5.18)$$

Поперечные составляющие определяются при подстановке E_z в (5.10):

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 k_x K \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ E_y &= E_0 k_y K \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_x &= -E_0 k_y \omega \epsilon \epsilon_0 \sin(k_x x + \varphi_x) \cos(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \\ H_y &= -E_0 k_x \omega \epsilon \epsilon_0 \cos(k_x x + \varphi_x) \sin(k_y y + \varphi_y) / (k^2 - K^2); \end{aligned} \quad (5.19)$$

Выбор E_z в форме (5.18) удобен тем, что использование граничных условий приводит к тем же значениям постоянных интегрирования ($\varphi_x = \varphi_y = 0$) и постоянных разделения ($k_x = m\pi/a$, $k_y = n\pi/b$). Окончательные выражения для составляющих после подстановки постоянных принимают вид

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 k_x K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ E_y &= E_0 k_y \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ E_z &= iE_0 \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b); \\ H_x &= -(E_0/Z_0^{TM}) k_y K \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \\ H_y &= -(E_0/Z_0^{TM}) k_x K \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) / (k_x^2 + k_y^2); \end{aligned} \quad (5.20)$$

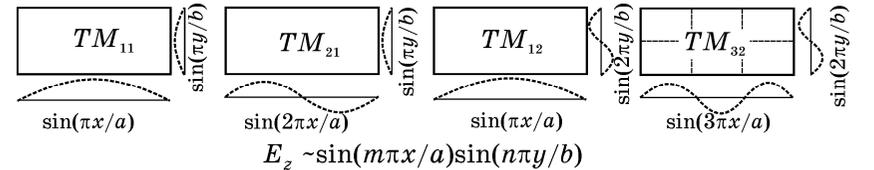


Рис. 5.5. Характерные функции распределения продольной составляющей электрического поля в поперечном сечении волновода для некоторых мод. Числа m и n определяют количество полупериодов стоячей волны вдоль широкой и узкой стенок соответственно

Здесь, как и для TE -волн, возможно бесконечное множество волноводных мод, которые обозначаются TM_{mn} . Существенное отличие лишь в том, что для TM -волн невозможны нулевые значения ни одного из индексов m и n , так как при этом $E_z = 0$, а значит, будут равны нулю и все другие составляющие полей.

На рис. 5.5 схематически изображено распределение продольной составляющей электрического поля вдоль широкой и узкой стенок соответственно

узкой стенок волновода. Самым простым из TM -волн будет распределение для волны TM_{11} . Остальные моды повторяют распределение TM_{11} $m \times n$ раз. Выражение для расчета критической длины волны такое же, как и для волн TE_{mn} .

5.2.2. Одномодовый диапазон. Основная мода

На примере прямоугольного волновода, используя полученные результаты, можно рассмотреть некоторые общие закономерности распространения разных мод в волноводах и правила для выбора геометрических размеров волновода. По ряду причин волновод используют обычно в так называемом *одномодовом режиме*, то есть на тех частотах, на которых в волноводе может распространяться лишь одна мода волн. Для нахождения этого диапазона рассмотрим диаграмму (рис. 5.6), на которой вдоль оси частот нанесены значения $f_{кр} = c/\lambda_{кр}$, которые могут быть рассчитаны по значениям $\lambda_{к}$ для разных индексов m и n . Наименьшее значение $f_{кр}$ будет иметь волна TE_{10} . Остальные моды имеют большие значения $f_{кр}$, их взаимное расположение будет зависеть от соотношения размеров a и b . Если $a > 2b$, то ближайшим к $f_{кр}^{10}$ будет $f_{кр}^{20}$, в противном случае $f_{кр}^{01}$. Заметим, что некоторые моды имеют одинаковые значения $f_{кр}$ (например, TE_{11} и TM_{11}), они называются *вырожденными*.

Если возбуждать волновод на некоторой частоте, обозначенной на диаграмме $f_{ген}$, то в волноводе будут распространяться лишь моды TE_{10} , TE_{20} , TE_{01} , для которых выполняется условие распространения $f_{кр}^{mn} < f_{ген}$. Для остальных мод будет наблюдаться режим отсечки. При уменьшении частоты

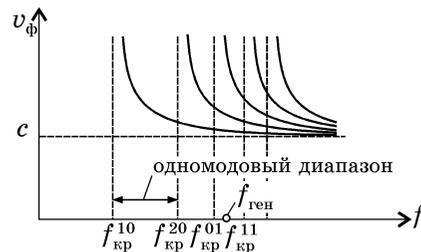


Рис. 5.6. Определение одномодового диапазона по критическим частотам волноводных мод

возбуждения в режим отсечки попадают волны TE_{01} , потом TE_{20} и последней TE_{10} . Отсюда ясно, что лишь для волны TE_{10} можно найти диапазон частот, в котором она сможет распространяться без примеси других волн. Поэтому мода TE_{10} называется *основной*, а остальные – *высшими*.

Диапазон *одномодового режима* волновода лежит в границах от $f_{кр}$ основной моды до $f_{кр}$ ближайшей высшей моды. Используя это правило, нетрудно рассчитать геометрические

размеры a и b волновода, который обеспечивает передачу электромагнитных волн в заданном диапазоне частот. Нужно помнить, что реальный диапазон несколько уже рассмотренного, потому что при использовании волновода в режиме, близком к критическому, существенно увеличиваются потери энергии и растет поглощение волны.

Учитывая особенное значение моды TE_{10} , в завершение охарактеризуем распределение ее полей. Аналитические выражения для составляющих поля легко получить из (5.16) при $m = 1, n = 0$:

$$\begin{aligned} E_x &= 0; & H_y &= 0; \\ E_y &= H_0 Z_c (2a/\Lambda) \sin(\pi x/a); \\ H_x &= -H_0 (2a/\Lambda) \sin(\pi x/a); \\ H_z &= iH_0 \cos(\pi x/a); \end{aligned} \quad (5.21)$$

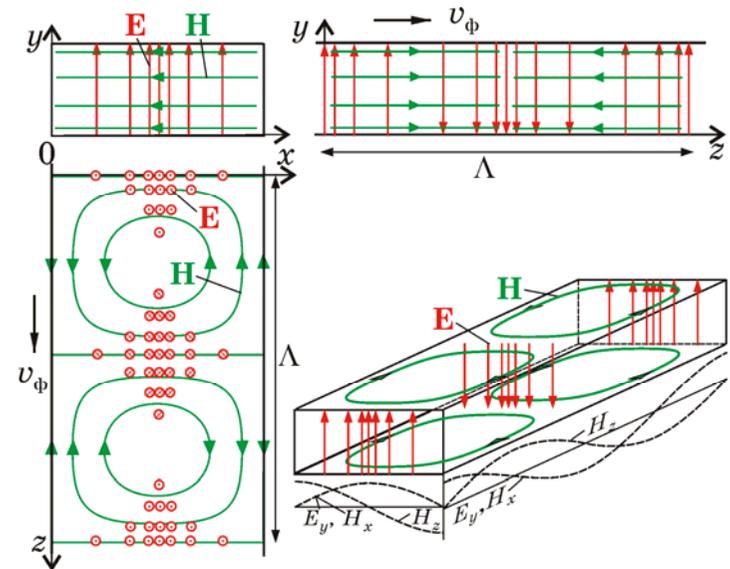


Рис. 5.7. Различные проекции распределения силовых линий электрического (красные линии) и магнитного (зеленые линии) поля

На рис. 5.7 изображена "фотография" силовых линий электрического и магнитного поля, а на рис 5.8 – векторные поля. Электрические силовые линии имеют лишь одну составляющую и соединяют широкие стенки. Наибольшее значение E_y имеет в центре волновода, а на боковых стенках уменьшается до нуля.

Магнитные силовые линии представляют собой замкнутые линии, которые лежат в плоскостях, параллельных широким стенкам. Важной особенностью является то, что положения максимумов поперечных составляющих E и H совпадают. В этих же точках имеет максимальное значение и продольная составляющая вектора Пойнтинга. С течением времени вся картина перемещается вдоль оси z с фазовой скоростью: $v_{\phi} = c/\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}$.

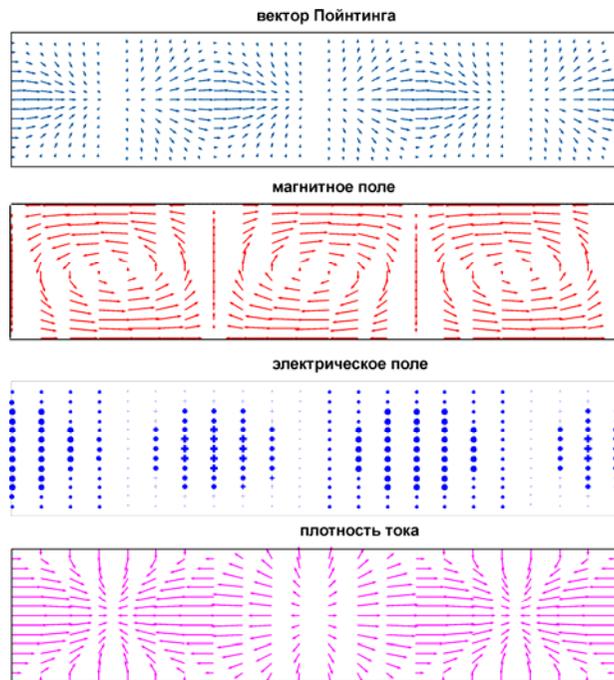


Рис. 5.8. Распределение векторов Пойнтинга, электрического и магнитного поля, плотности поверхностного тока на широкой стенке волновода для основной моды TE_{10} .

При приближении частоты к критическому значению длина волны в волноводе, то есть и пространственный период поля (рис. 5.7), возрастает до бесконечности, составляющая $H_x \rightarrow 0$ и магнитное поле становится продольным, а колебания во всех точках волновода происходят синфазно. Вектор Пойнтинга для такого режима определяется только составляющими H_z и E_y и будет направлен перпендикулярно к оси волновода. Это значит, что передачи энергии по волноводу не происходит.

5.2.3. Коаксиальный волновод

Коаксиальный волновод – наиболее распространенная линия передачи. Используются как твердые, наполненные воздухом волноводы, так и гибкие, с диэлектрическим заполнением (коаксиальные кабели).

Основным типом волны для коаксиального волновода является TEM -волна, которая характеризуется отсутствием дисперсии и как следствие, – равенством фазовой скорости и скорости света для данной диэлектрической среды. Характер распределения полей в поперечной плоскости для бегущих TEM -волн совпадает с распределением статических полей и находится из уравнения Лапласа. Эти распределения рассматривались в примере 2.11 для магнитного поля и в примере 2.4 для электростатического поля. Получить аналитическое выражение для полей TEM -волны можно, рассматривая в выражениях для статических полей ток и напряжение как мгновенные значения, которые равны соответствующим амплитудам, умноженным на волновой множитель:

$$\begin{aligned} E &= (V_m/r \ln(D/d)) \cos(\omega t - kz); \\ H &= (I_m/2\pi r) \cos(\omega t - kz). \end{aligned} \quad (5.22)$$

Направление векторов E и H и характер их изменения в пространстве для фиксированного момента времени показаны на рис. 5.9. С течением времени вся картина распределения полей смещается вдоль оси z со скоростью света. Важным параметром коаксиальных линий является так называемое *эквивалентное волновое сопротивление*, которое в данном случае определяется как отношение амплитуд напряжения и тока для падающей волны. Учитывая, что для TEM -волн отношения амплитуд E и H равняется *волновому сопротивлению среды* (3.26), из (5.22) получаем

$$Z_0 = 60 \sqrt{\mu/\epsilon} \ln(D/d) \text{ (Ом)}. \quad (5.23)$$

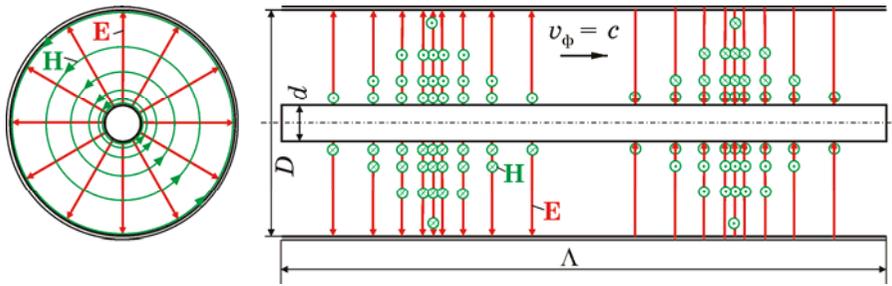


Рис. 5.9. Распределение электрического (красные линии) и магнитного (зеленые линии) полей для основной TEM моды в поперечном сечении коаксиального волновода аналогично их распределениям для статических полей

Коаксиальный волновод можно использовать для любых частот, включая постоянный ток. Однако на высоких частотах, как и в прямоугольном волноводе, в нем могут возбуждаться высшие моды TE и TM типов. Поэтому верхняя частота использования ограничена ближайшей высшей модой TE_{11} , которая имеет критическую длину волны, приблизительно равную длине средней окружности поперечного сечения коаксиальной линии. По этой причине для более высокочастотных волноводов нужно выбирать меньшие поперечные размеры, а это вызывает дополнительные потери энергии. Поэтому, особенно для волноводов с диэлектрическим заполнением, диапазон их использования может ограничиваться допустимым затуханием.