

## ЛЕКЦИЯ 4

### ПРИНЦИПЫ ЛАЗЕРА

*Когерентный оптический усилитель* – это устройство, увеличивающее амплитуду оптического излучения, сохраняя при этом его фазу (или изменяя последнюю на фиксированное значение). Отличие *некогерентного* усилителя от когерентного состоит в том, что первый *хаотизирует* фазу.

Для когерентного усиления света используется *лазер*.

*Лазер* (от англ. **L**ASER – **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) – усиление света за счет вынужденного излучения.

Сфера использования собственно когерентных усилителей довольно узкая:

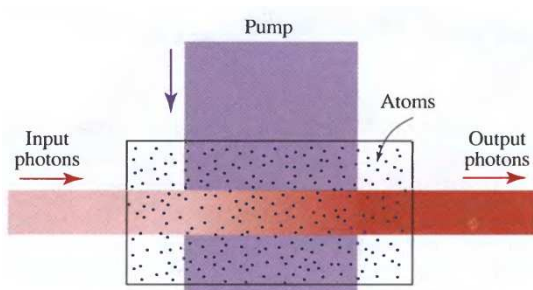
- усиление сигнала в волоконно-оптических линиях связи;
- генерация сверхмощных импульсов для лазерного термоядерного синтеза.

Однако когерентного усиления лежит в основе функционирования лазеров (здесь под лазером понимается устройство), которые находят широчайшие области применения.

Лазерное усиление имеет замечательные отличия от привычных видов усиления сигнала. Полоса усиления, (диапазон частот с коэффициентом усиления  $> 1$ ) определяется резонансными свойствами схемы (наличием емкостей, индуктивностей). В лазерных усилителях коэффициент усиления и полоса частот определяется расстоянием и шириной энергетических уровней атома, а само лазерное усиление фактически производится непосредственно единственным атомом.

Не только атомы обладают квазидискретным спектром энергий. Любая среда, в которой могут реализоваться состояния с различной энергией, называется *активной*. Мы используем слово «атом» для большей наглядности; выводы же справедливы для любой «активной среды». Понятие «уровни энергии атома» также должно пониматься как «уровни энергии лазера».

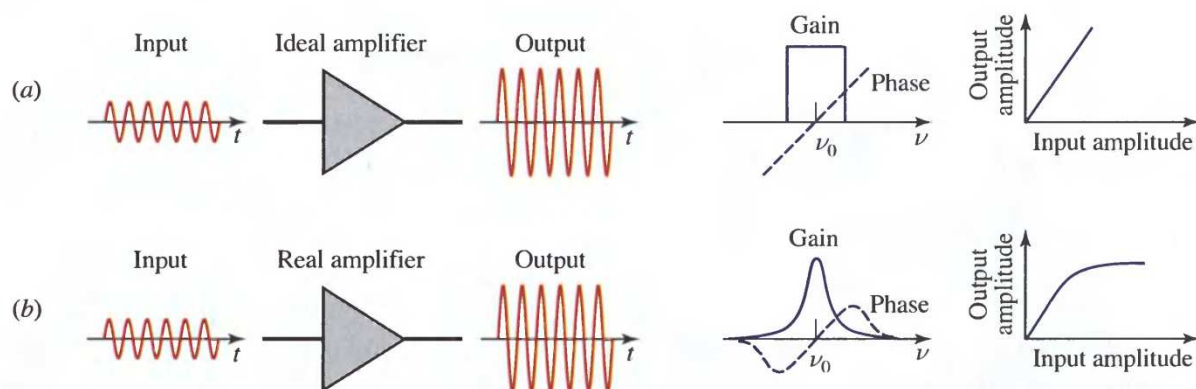
Прохождение излучения через среду, находящуюся в термодинамическом равновесии, может привести единственно к ослаблению светового потока. Действительно, поскольку скорости поглощения и излучения света равны, то превалировать будет именно поглощение, поскольку для любых энергий  $E_2 > E_1$  в состоянии равновесия  $N_2(E_2) > N_1(E_1)$ . Отсюда видно, что для получения лазерного усиления необходимо создать ситуацию, когда на верхнем уровне энергии находится больше электронов, чем на нижнем. Процесс достижения этой т.н. «инверсии заселенностей» называется «накачкой». Естественно возведение атома на более высокий энергетический уровень требует внешнего источника энергии. Таким образом, любой лазерный усилитель должен содержать *активную среду и средства накачки* (рис. 1).



**Рис. 1.** Лазерный усилитель. Внешний источник (насос) возбуждает активную среду (атомы), порождая инверсию населенностей. Фотоны взаимодействуют с атомами. Когда вынужденное излучение превазирует над поглощением, среда выполняет функции когерентного усилителя.

Свойства идеального и реального когерентного усилителя показаны на рис. 2. Это линейные системы, увеличивающая амплитуду входного сигнала на число, которое называется «коэффициент усиления»  $\gamma$ . Например, если на входе сигнал гармонический, то и на выходе он будет тоже гармонический, но с большей амплитудой.

Идеальным усилителем называется усилитель, на полосе усиления которого коэффициент усиления постоянен, а за ее пределами – равен «0». Идеальный усилитель может прибавлять к фазе входного сигнала фиксированное приращение, которое линейно зависит от частоты (рис. 2, а).



**Рис. 2.** (а) Идеальный усилитель – линейная система. Он увеличивает амплитуду сигнала (частота которого лежит в пределах полосы усиления) в постоянное число раз; возможен линейный сдвиг фазы. (б) Коэффициент усиления и фазовый сдвиг реального усилителя – функции частоты; на рис. показан их характерный вид. Для достаточно больших входных сигналов амплитуда выходного сигнала перестает увеличиваться (выходная характеристика становится нелинейной).

Коэффициент усиления и фазовый сдвиг реального когерентного усилителя зависит от частоты, обычно как показано на рис. 2, б. Кроме того, реальные усилители не могут усилить сигнал любой мощности. Это выражается в наличии т.н. режима насыщения, которое наступает, когда увеличение входного сигнала не приводит к увеличению выходного. Реальные усилители на выходе всегда имеют некоторую шумовую составляющую сигнала даже при отсутствии входного сигнала.

Оптический усилитель характеризуется:

- коэффициент усиления;
- полоса усиления;
- фазовый сдвиг;

- источник питания;
- область насыщения и нелинейность;
- шумовые свойства.

## 1. ТЕОРИЯ ЛАЗЕРНОГО УСИЛЕНИЯ

Пусть имеется плоская электромагнитная волна частоты  $\nu$ , распространяющаяся в направлении  $z$ . Электрическое поле в ней задается формулой:  $E(z) = \text{Re}\{\dot{E}(z)e^{i2\pi\nu t}\}$ , где  $\dot{E}(z)$  – комплексная амплитуда. Плотность потока мощности в такой волне (модуль вектора Пойнтинга):

$$\Pi(z) = \frac{|E(z)|^2}{2Z_c},$$

плотность фотонного потока:

$$\phi(z) = \frac{\Pi(z)}{h\nu},$$

Пусть также есть среда, состоящая из атомов, каждый из которых может находиться в состояниях с энергиями  $E_1 < E_2$ .

Активного взаимодействия электромагнитной волны и активной среды (атомов) можно ожидать при выполнении условия  $h\nu \approx E_2 - E_1$ .

Обозначим плотность атомов (количество атомов в единице объема) на каждом уровнях 1 и 2 через  $N_1$  и  $N_2$ , соответственно.

Коэффициент усиления на единице длины вдоль направления распространения луча обозначим через  $\gamma(\nu)$ . Фазовый сдвиг на единице длины – через  $\phi(\nu)$ .

Определим  $\gamma(\nu)$  и  $\phi(\nu)$ . Отметим, что положительные значения  $\gamma(\nu)$  означают усиление, отрицательные – ослабление.

## А. Коэффициент усиления и ширина полосы усиления

Всего возможны 3 вида взаимодействия фотона и атома (см. лекцию 3). Если атом находится на нижнем энергетическом уровне, он может поглотить фотон. Если атом – на верхнем уровне, то поток фотонов может его вынудить совершить излучение фотона-клона. Первый процесс приводит к ослаблению падающего потока, второй – к усилению. Третий вид взаимодействия – спонтанное излучение (излучение фотона независимо от наличия фотонов, вынуждающих его сделать переход) приводит к наличию шума.

Вероятность вынужденного излучения/поглощения в единицу времени задается выражением:

$$W_i = \phi\sigma(z), \quad (1.1)$$

где  $\sigma$  – сечение перехода, равное

$$\sigma(\nu) = \frac{\lambda^2}{8\pi t_{sp}} g(\nu),$$

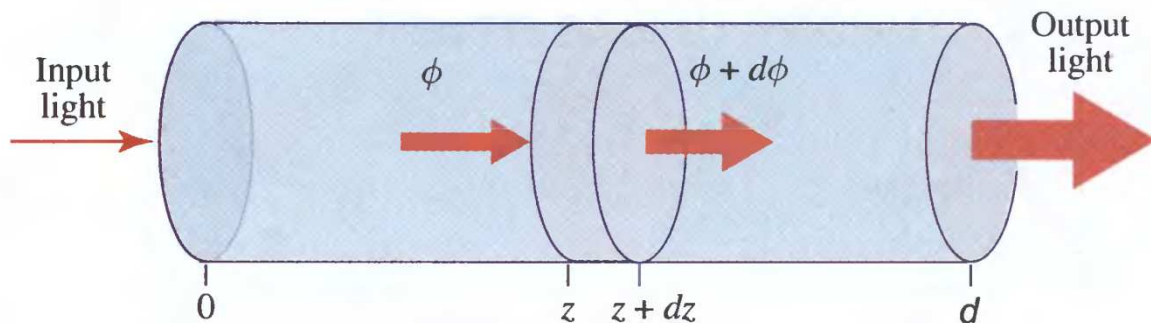
где  $g(\nu)$  – форм фактор спектральной линии,  $t_{sp}$  – время жизни, обусловленное спонтанным излучением;  $\lambda$  – длина волны света в среде.

### Коэффициент усиления

Средняя плотность поглощенных фотонов (количество фотонов поглощаемых атомами в единице объема в секунду) равна  $N_1 W_i$ . Средняя плотность фотонов-клонов, появившихся в результате вынужденного излучения равна  $N_2 W_i$ . Общее количество фотонов, которые возникают в единичном объеме в единицу времени равно  $N W_i$ , где  $N \equiv N_2 - N_1$  представляет собой разность плотности заселенностей. Для краткости в дальнейшем будем называть  $N$  просто разностью населенностей. Говорят, что в системе существует *инверсия*

заселенностей, если  $N > 0$ . Только в таком случае активная среда может усиливать падающий на нее поток фотонов. Если  $N < 0$  (например, среда находится в термодинамическом равновесии), плотность фотонного потока при прохождении среды уменьшается. В случае  $N = 0$  фотонный поток проходит через активную среду полностью; другими словами, среда прозрачна.

Рассмотрим ситуацию когда внешние источники накачки обеспечивает инверсию заселенностей ( $N > 0$ ). Фотоны-клоны обретают все свойства индуцировавшего их излучения, в частности распространяются в направлении  $0z$  (рис. 3). Это приводит к усилению фотонного потока вдоль оси  $z$ .



**Рис. 3.** Плотность потока фотонов  $\phi$ , которые входят в цилиндр высотой  $dz$ , содержащий возбужденные атомы, усиливается до величины  $\phi + d\phi$  по прохождению расстояния  $dz$ .

Определим зависимость фотонного потока от расстояния, пройденного лучом в активной среде. Для этого представим себе цилиндр, находящийся в активной среде, ориентированный вдоль оси  $0z$  (рис. 3) Основание цилиндра имеет площадь  $S$ , а образующую выберем длиной  $dz$ .

Количество фотонов, которые пересекают основание в точке  $z_0$  в единицу времени равно  $\phi(z_0)S$ , а количество фотонов, которые выходят из него –  $\phi(z_0 + dz)S$ . В объеме цилиндра, равном  $Sdz$ , в единицу времени появляется  $NW_i Sdz$  фотонов – это и есть разность между потоками  $\phi(z_0)S$  и  $\phi(z_0 + dz)S$ :

$$[\phi(z_0 + dz) - \phi(z_0)]S = W_i Sdz.$$

Учитывая, что  $\phi(z_0 + dz) - \phi(z_0) \equiv d\phi$ , получим:

$$\frac{d\phi}{dz} = NW_i(z), \quad (1.2)$$

или

$$\frac{d\phi}{dz} = \gamma(z)\phi(z), \quad (1.3)$$

где величина  $\gamma(z)$  показывает, во сколько раз увеличится плотность фотонного потока на единице длины, и равна:

$$\gamma(z) = N\sigma(z) = N \frac{\lambda^2}{8\pi t_{sp}} g(\nu) \quad (1.4)$$

Решение уравнения (1.3) имеет вид:

$$\phi(z) = \phi(0)e^{\gamma(\nu)z}. \quad (1.5)$$

Учитывая (1.5) и соотношение  $\Pi = h\nu\phi(z)$ , получим:

$$\Pi(z) = \Pi(0)e^{\gamma(\nu)z}. \quad (1.6)$$

Величина  $\gamma(z)$  называется коэффициентом усиления. Видно, что  $\gamma(z)$  также показывает, во сколько раз увеличится световой поток при прохождении единичного расстояния.

Из (1.4) видно, что коэффициент  $\gamma(z)$  пропорционален разности заселенностей  $N = N_2 - N_1$ .

Выше считалось, что накачка обеспечивает  $N > 0$ . Очевидно, если разность населенностей  $N$  отрицательна, отрицателен и коэффициент усиления. В таких условиях среда будет не усиливать, а ослаблять проходящих через нее свет, а закон этого ослабления будет совпадать (1.5):

$$\phi(z) = \phi(0)e^{-\alpha(\nu)z}, \quad (1.7)$$

где  $\alpha(\nu) = -\gamma(\nu) = -N\sigma(\nu)$ , которые можно назвать коэффициентом ослабления. Из (1.7) строго следует, что

среда в состоянии термодинамического равновесия не способна обеспечить лазерное усиление.

## Усиление

Пусть длина активной области (вдоль оси  $z$ ) равна  $d$ . Усиление светового потока  $G$  равно отношению потока фотонов на входе к потоку на выходе:

$$G(\nu) = \exp\{\gamma(\nu)d\}. \quad (1.8)$$

## Ширина полосы усиления

Коэффициент усиления  $\gamma(\nu)$  зависит от частоты падающего света  $\nu$  посредством форм-фактора  $g(\nu)$  ( $\gamma(\nu) \sim g(\nu)$ ) – см. формулу (1.4). Форм-фактор – функция от ширины спектральной линии, симметричная относительно резонансной частоты атома  $\nu_0 = (E_2 - E_1) / h$ , где  $E_2$  и  $E_1$  – уровни энергии атома. Таким образом, лазерный усилитель – резонансное устройство. Его полоса усиления и резонансная частота определяется форм-фактором атомных переходов.

Полосу усиления можно измерить в единицах частоты или в единицах длины волны. Эти две полосы (частотная и длин волн) связаны между собой соотношением:

$$\Delta\lambda = \left[ \Delta(c_0 / \nu) \right] = (c_0 / \nu^2) \Delta\nu = (\lambda_0^2 / c_0) \Delta\nu$$

К примеру, полоса частот  $\Delta\nu = 1$  ТГц на резонансной длине волны  $\lambda_0 = 0.6$  мкм соответствует  $\Delta\lambda = 1.2$  мкм.

Если форм-фактором является лоренцева функция, задаваемая формулой:

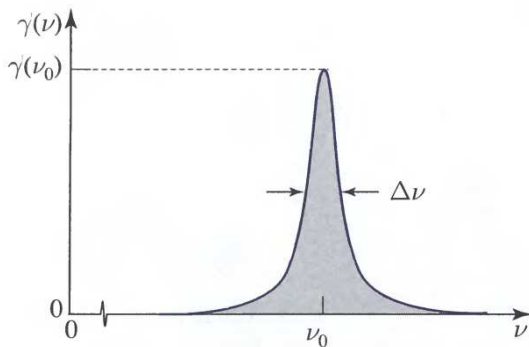
$$g(\nu) = \frac{\Delta\nu / 2\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu / 2)^2}. \quad (1.9)$$



коэффициент усиления имеет также лоренцеву форму:

$$\gamma(\nu) = \gamma(\nu_0) \frac{\Delta\nu / 2\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu / 2)^2} \quad (1.10)$$

где  $\gamma(\nu_0) \equiv N(\lambda^2 / 4\pi^2 t_{sp} \Delta\nu)$  – коэффициент усиления на центральной частоте (рис. 5).



**Рис. 5.** Коэффициент усиления  $\gamma(\nu)$  лазерного усилителя

## В. Фазовый сдвиг

Выше было получено выражение для модуля вектора Пойнтинга (1.6). Учитывая, что  $P(z) = |\dot{E}(z)|^2 / 2Z_c$ , комплексную амплитуду напряженности поля можно представить в виде:

$$\dot{E}(z) = \dot{E}(0) \exp\left(\frac{\gamma z}{2}\right) \exp(-i\phi(z)z), \quad (1.11)$$

где  $\phi(z)$  – коэффициент фазового сдвига.

Продифференцировав (1.11), получим:

$$\frac{d\dot{E}(z)}{dz} = \dot{E}(z) \left[ \frac{1}{2} \gamma - i\phi(z) \right]. \quad (1.12)$$

Можно представить теперь, что у нас есть линейная система, на вход которой поступает сигнал  $d\dot{E}$ , а на выходе сигнал равен  $d\dot{E}(z) / dz$ . Функция передачи этой системы

$H(\nu) = \frac{1}{2} \gamma(\nu) - i\varphi(\nu)$ . Тогда уравнением, которым описывается такая система, будет не что иное, как (1.12).

Поскольку уравнением (1.12) мы пытаемся описать физическую систему, для которой должен выполняться принцип причинности, то мы вправе требовать причинности и от нашей линейной системы. Известно [1], что для линейных причинных систем действительная и мнимая часть функции передачи связаны преобразованием Гильберта. Последнее обстоятельство означает, что функция  $\gamma(\nu)$  однозначным образом определяет  $\varphi(\nu)$ .

Плотность светового потока и комплексная амплитуда напряженности электрического поля связаны соотношением

$$P(z) = \frac{|\dot{E}(z)|^2}{2\eta}. \quad (1.13)$$

Поскольку в соответствии с (1.6)  $P(z) = P(0) \exp\{\gamma(\nu)z\}$ , комплексная амплитуда удовлетворяет соотношению:

$$\dot{E}(z) = \dot{E}(0) \exp\left[\frac{1}{2} \gamma(\nu)z\right] \exp[-i\varphi(\nu)z], \quad (1.14)$$

где  $\varphi(\nu)$  – коэффициент фазового сдвига.

Скорость изменения электрического поля в направлении распространения равна:

$$\frac{d\dot{E}(z)}{dz} = \dot{E}(z) \left[ \frac{1}{2} \gamma(\nu) - i\varphi(\nu) \right]. \quad (1.15)$$

Формулу (1.15) можно рассматривать как соотношение, связывающее сигнал  $\dot{E}(z)$  на входе и сигнал  $\frac{d\dot{E}(z)}{dz}$  выходе линейной системы, функция передачи  $H(\varphi)$  которой равна

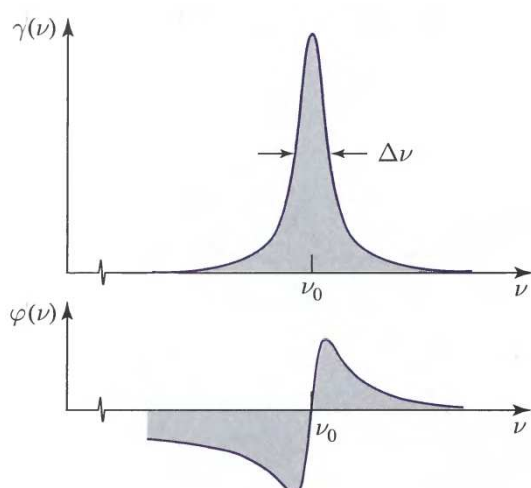
$$H(\nu) = \frac{1}{2} \gamma(\nu) - i\varphi(\nu). \quad (1.16)$$

Поскольку линейный преобразователь, описываемый (1.15), является физической системой, для него должен выполняться принцип причинности (сигнал на выходе в текущий момент времени не может зависеть от будущих значений входного сигнала). Как известно, действительные и мнимые части коэффициента передачи причинной линейной системы связаны между собой преобразованием Гильберта. В нашем случае действительная часть  $H(\nu)$  равна  $\frac{1}{2}\gamma(\nu)$ , мнимая равна  $-\varphi(\nu)$ . Отсюда немедленно заключаем, что функция передачи усилителя полностью и однозначно определяет функцию фазового сдвига.

Определим функцию  $\varphi(\nu)$  для случая, когда форм-фактором спектральной линии атома является лоренцева функция. Для этого случая коэффициент усиления определяется выражением (1.10). Осуществляя над функцией  $\gamma(\nu)$  преобразование Гильберта, получим:

$$\varphi(\nu) = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu} \gamma(\nu). \quad (1.17)$$

На **рис. 6** представлены графики  $\gamma(\nu)$  и  $\varphi(\nu)$  для случая лоренцевого форм-фактора.



**Рис. 6.** Коэффициент усиления  $\gamma(\nu)$  и функция фазового сдвига  $\varphi(\nu)$  для лазерного усилителя с лоренцевым форм-фактором. На резонансной частоте коэффициент усиления достигает максимума, а фазовый сдвиг отсутствует. При частотах ниже и выше резонансной фазовый сдвиг отрицательный и положительный, соответственно.

## 2. НАКАЧКА УСИЛИТЕЛЯ

Процесс усиления любого сигнала требует внешних источников питания. В лазере такие источники должны обеспечивать инверсию населенностей, которая требует расхода энергии на возбуждение электронов и перевода атома на более высокий энергетический уровень. Этот процесс и обеспечивается «накачкой».

В условии инверсии населенностей фигурирует неравенство для заселенности двух уровней:  $N = N_2 - N_1 > 0$ . Однако, накачка всегда происходит посредством вспомогательных уровней. Например, для достижения усиления на переходах  $2 \rightarrow 1$  обычно используется не накачка с первого на второй уровень, а накачка атомов с первого на третий уровень. Инверсия населенностей между уровнями 2 и 1 достигается за счет процессов перехода атома с третьего на второй уровень.

Накачать активную среду можно:

- оптически (при помощи импульсной лампы или лазера),
- электрически (газовый разряд, пучок электронов или ионов, инжекция носителей заряда),
- химически (зажигание, химические реакции, продукты которых получают в возбужденных состояниях).

В непрерывном режиме работы между скоростями релаксации и возбуждения должен существовать баланс, который поддерживает некоторое значение инверсии населенности уровней 1 и 2.

### А. Уравнения скорости

Уравнения скорости – это уравнения, описывающие скорости изменение заселенностей  $N_1$  и  $N_2$  в результате накачки, излучательных и безизлучательных переходов. Они получаются из уравнений (-) предыдущей лекции, если к ним добавить члены, учитывающие накачку.

Рассмотрим энергетическую диаграмму (**рис. 7**). Пусть времена жизни атома на уровне энергии 1 и 2, обусловленные всеми возможными переходами на нижние уровни, известны и равны  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , соответственно. Время  $\tau_1$  жизни на уровне 1 определяется всего одним переходом, а вот суммарное время  $\tau_2$  жизни на уровне 2 определяется двумя переходами:  $2 \rightarrow 1$  и  $2 \rightarrow 0$ . Пусть время жизни электрона на втором уровне, обусловленное только переходами  $2 \rightarrow 1$  равно  $\tau_{21}$ , только переходами  $2 \rightarrow 0$  –  $\tau_{20}$ . Скорость перехода<sup>1</sup> обратно пропорциональна времени жизни. Скорость переходов с уровня 2 куда-либо будет равна сумме скоростей переходов на все возможные уровни:

$$\tau_2^{-1} = \tau_{21}^{-1} + \tau_{20}^{-1}. \quad (1.18)$$

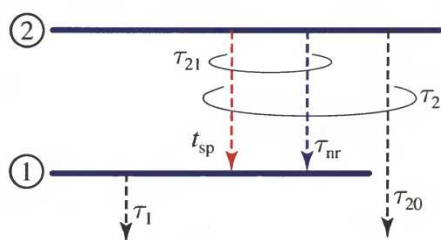
Из (1.18) следует, что наличие нескольких механизмов распада состояния сокращает время жизни. Иногда переход  $2 \rightarrow 1$  может быть как излучательным (характеризуется временем жизни  $t_{sp}$ , обусловленным спонтанной эмиссией), так и безызлучательным (характеризуется  $t_{nr}$ ). Безызлучательные (то есть без излучения фотона) переходы могут происходить вследствие передачи энергии от атома стенке контейнера. Они сокращают время  $\tau_{21}$  жизни на втором уровне, поскольку имеет место формула:

$$\tau_{21}^{-1} = t_{sp}^{-1} + t_{nr}^{-1}. \quad (1.19)$$

Рассмотрим систему, изображенную на **рис. 7** в отсутствие накачки. Даже если в ней существует инверсия заселенностей в данный момент времени, с течением временем заселенности  $N_1$  и  $N_2$  будут уменьшаться вследствие перехода электронов на более низкие уровне энергии. Когда система достигнет стационарного состояния, инверсия заселенностей исчезнет. То есть, конечно же, непрерывный режим генерации невозможен без постоянной накачки.

---

<sup>1</sup> скорость здесь и далее понимается как количество переходов в единицу времени (или, коротко, частота переходов)



**Рис. 7.** Состояния атома с энергией 1 и 2 и их времена жизни.

Однако, заселенность уровней 1 и 2 можно поддерживать, если постоянно возбуждать уровни энергии, лежащие выше второго уровня, как показано на более реалистичной энергетической диаграмме (**рис. 8**). Накачка служит для того, чтобы индуцировать переходы атомов, которые находятся на всех уровнях за исключением 1-го и 2-го:

- 1) на второй уровень;
- 2) с первого уровня.

Введем обозначения для скоростей переходов в единице объема:

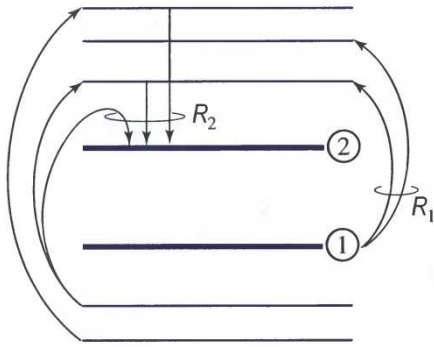
$R_1$  – результирующая скорость перехода с первого уровня на все остальные;

$R_2$  – результирующая скорость перехода на второй уровень со всех остальных.

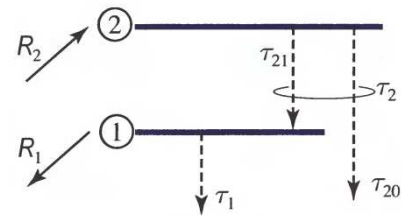
Эти переходы условно показаны на **рис. 9**.

В результате накачки заселенности уровней 1 и 2 могут приобрести существенно отличную от нуля и от равновесного значения заселенность, в том числе можно добиться инверсии заселенностей.

Запишем уравнения скорости для такой системы в отсутствие и при наличии усиливающего облучения (облучения, имеющего частоту перехода  $1 \rightarrow 2$ ).



**Рис. 8.** Энергетические уровни 1 и 2, показанные вместе с ниже и вышележащими уровнями.



**Рис. 9.** Энергетические уровни 1 и 2, а также скорости их распада. Посредством накачки, заселенность второго уровня увеличивается со скоростью \$R\_2\$, а первого – уменьшается со скоростью \$R\_1\$.

### Уравнения скорости в отсутствие усиливающего облучения

С учетом вышесказанного, можно записать систему уравнений для скоростей изменения заселенностей уровней 1 и 2:

$$\frac{dN_1}{dt} = R_2 - \frac{N_2}{\tau_2} \quad (1.20)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} \quad (1.21)$$

В стационарном состоянии уравнения (1.20) и (1.21) разрешаются относительно \$N\_1\$ и \$N\_2\$. Разность последних \$N\_0 = N\_2 - N\_1\$ равна:

$$N_0 = R_2 \tau_2 \left( 1 - \frac{\tau_1}{\tau_{21}} \right) + R_1 \tau_1. \quad (1.22)$$

Из уравнения (1.4) видно, что коэффициент усиления пропорционален разности заселенностей. Таким образом, чтобы достичь большого усиления нужно получить большие положительные значения \$N\_0\$. Анализируя (1.22), можно утверждать, что большая инверсия достигается за счет:

а) больших  $R_1$  и  $R_i$ ;

б) большого времени  $\tau_2$  (но  $t_{sp}$ , входящее в  $\tau_2$  через  $\tau_{21}$ , должно быть достаточно коротким, чтобы обеспечить большую скорость излучательных переходов, как будет показано выше);

в) малости времени  $\tau_1$  если  $R_1 < (\tau_2 / \tau_{21})R_2$ .

Условия, а–в, полученные формально из (1.22) интуитивно ясны. Верхний уровень нужно интенсивно накачиваться, и медленно распадаться с тем, чтобы на нем поддерживалась инверсия заселенностей. Чтобы поддерживать инверсию населенностей нужно также быстро освобождать нижний уровень энергии от атомов. То есть с первого уровня желательно интенсивно откачивать атомы.

Желательно, чтобы выполнялись условия:

$$\tau_{21} \approx t_{sp} \ll \tau_{20},$$

так что  $\tau_2 \approx t_{sp}$  и  $\tau_1 \ll t_{sp}$ . В таких условиях (1.22) принимает вид:

$$N_0 \approx R_2 t_{sp} + R_1 \tau_1. \quad (1.23)$$

В отсутствие откачки ( $R_1 = 0$ ) или когда  $R_1 \ll (t_{sp} / \tau_1)R_2$ , (1.23) еще больше упрощается:

$$N_0 \approx R_2 t_{sp}. \quad (1.24)$$

### **Уравнения скоростей при наличии усиливающего облучения**

Если активная среда подвергается облучению, которое имеет частоту  $\nu$  близкую к резонансной  $\nu_0$ , возможны процессы вынужденного излучения и поглощения. Вероятности  $W_i$

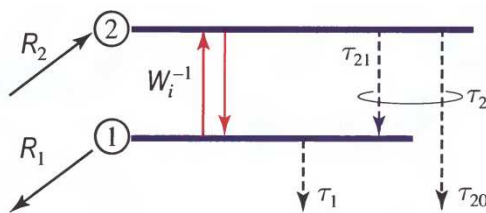


последних  $W_i = \phi\sigma(v)$  (**рис. 10**). Уравнения скоростей (1.20) и (1.21) с учетом вынужденных переходом приобретут вид:

$$\frac{dN_1}{dt} = R_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - N_2W_i + N_1W_i, \quad (1.25)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -R_1 - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_{21}} + N_2W_i - N_1W_i. \quad (1.26)$$

Влияние вынужденных переходов на заселенность уровней 2 и 1 очевидно. Например, вынужденное излучение уменьшает заселенность 2-го уровня; поглощение же фотонов атомами, находящимися на 1-м уровне, напротив, увеличивает его заселенность.



**Рис. 10.** Спектральные плотности заселенностей  $N_1$  и  $N_2 = [\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}]$

определяется тремя процессами:

- 1) распад состояний 1 и 2 (со скоростью  $1/\tau_1$  и  $1/\tau_2$ , соответственно, включая спонтанное излучение),
- 2) выкачка с уровня 1 и накачка уровня 2 (со скоростью  $R_1$  и  $R_2$ , соответственно);
- 3) вынужденное излучение и поглощение (со скоростью  $W_i$ , которой соответствует время жизни  $W_i^{-1}$ )

В стационарном состоянии ( $dN_1/dt = 0$ ,  $dN_2/dt = 0$ ) уравнения (1.25) и (1.26) разрешаются относительно  $N_1$  и  $N_2$ . Их разность  $N = N_2 - N_1$  определяется соотношением

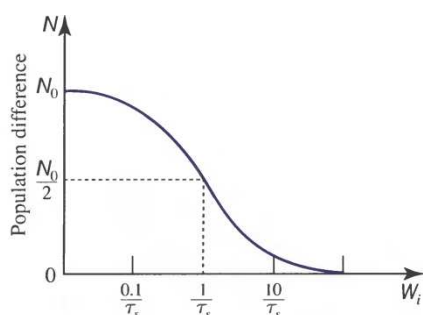
$$N = \frac{N_0}{1 + \tau_s W_i}, \quad (1.27)$$

где  $N_0$  – стационарное значение разности заселенностей в отсутствие усиливающего облучения (определяется из (1.22)). Здесь введено обозначение:

$$\tau_s = \tau_2 + \tau_1 \left( 1 - \frac{\tau_2}{\tau_{21}} \right). \quad (1.28)$$

В отсутствие усиливающего облучения  $W_i = 0$  и  $N = N_0$ , как и ожидалось.

Величина  $\tau_s$  называется постоянной времени насыщения, и всегда является положительной величиной, поскольку  $\tau_2 \leq \tau_{21}$ . С учетом этого можно утверждать, что разность заселенностей при наличии облучения будет меньше своего стационарного значения:  $|N| \leq |N_0|$ . При малой интенсивности облучения, определяемой как  $\tau_s W_i \ll 1$  (малосигнальное приближение),  $N \approx N_0$ . При увеличении усиливающего облучения  $W_i$  возрастает, и в пределе  $N \rightarrow 0$  вне зависимости от знака  $N_0$  (**рис. 11**). Это происходит потому, что при интенсивном облучении вынужденное излучение и поглощение начинают преобладать над другими механизмами переходов, а вероятности этих вынужденных переходов равны. Очевидно, что даже сколь угодно сильное облучение не может превратить положительную разность заселенностей в отрицательную и наоборот. Из **рис. 11** видно, что  $\tau_s$  в действительности выполняет роль постоянной времени насыщения.



**Рис. 11.** Уменьшение стационарного значения разности заселенностей по мере роста скоростей вынужденных переходов  $W_i$ . В точке  $W_i = 1/\tau_s$   $N$  уменьшается в два раза по сравнению с равновесным значением