

5. Temperature measurement and control / Product Catalog and Reference Guide. Part 1.— Westerville, Ohio (USA): Published by Lake Shore Cryotronics, Inc.— 1999.

6. Shwarts Yu. M., Borblik V. L., Kulish N. R. et al. Silicon diode temperature sensor without a kink of the response curve in cryogenic temperature region // Sensors and Actuators.— 1999.— Vol. A76 (1—3).— P. 107—111.

7. Shwarts Yu. M., Sokolov V. N., Shwarts M. M. et al. Silicon diode temperature sensor for cryogenic application / The MTEC Conf. on Sensors and Transducers NEC.— Birmingham (UK).— 2000.— P. 1—10.

8. Shwarts Yu. M., Kondrachuk A. V., Shwarts M. M., Spinar L. I. Non-ohmic Mott conductivity and thermometric characteristics of heavily doped silicon structures // Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics.— 2000.— Vol. 3, N 3.— P. 400—405.

9. Shwarts Yu. M., Borblik V. L., Kulish N. R. et al. Limiting characteristics of diode temperature sensor // Sensors and Actuators.— 2000.— Vol. A86.— P. 197—205.

10. Shwarts Yu. M., Kondrachuk A. V., Shwarts M. M., Spinar L. I. Model of the low-temperature current transfer in the diode temperature sensors / 4th European Workshop on Low Temperature Electronics.— 2000.— Noordwijk (The Netherlands).— P. 65—69.

11. Shwarts Yu. M., Sokolov V. N., Shwarts M. M., Venger E. F. Temperature sensors with high irradiation resistance for atomic application (technology, design, experiment, theory, application) / 11th International Conf. on Solid-State Sensors and Actuators.— 2001.— Munich (Germany).— P. 1500—1503.

12. Shwarts Yu. M., Sokolov V. N., Shwarts M. M., Venger E. F. Radiation resistant silicon diode temperature sensors // Sensors and Actuators.— 2002.— Vol. A88.— P. 271—279.

К. т. н. В. А. МОСКАЛЮК, к. т. н. В. И. ТИМОФЕЕВ, А. В. ИВАЦУК

Дата поступления в редакцию  
04.04 2003 г.

Украина, г. Киев, Научно-производственное предприятие "Сатурн"  
E-mail: ivaschuk@i.com.ua

Оппонент д. ф.-м. н. В. Е. ЧАЙКА  
(НТУУ "КПИ", г. Киев)

## РАСЧЕТ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ GaAs В СИЛЬНЫХ ПОЛЯХ

*Предложен способ аналитического расчета времен релаксации концентрации, импульса и энергии для GaAs для моделирования динамических процессов.*

Анализ динамических свойств электронов в сильных электрических полях удобно проводить на основе так называемых релаксационных уравнений сохранения числа частиц  $n_p$ , их импульса  $P=mV$  и энергии  $E$  для  $i$ -долины:

$$dn_i/dt = -n_i/\tau_{nij} + n_j/\tau_{nji}; \quad (1, a)$$

$$d(n_i p_i)/dt - en_i \mathbf{E} = -n_i p_i / \tau_{pi}; \quad (1, б)$$

$$d(n_i E_i)/dt - en_i v_i \mathbf{E} = -n_i (E_i - E_0) / \tau_{Ei}. \quad (1, в)$$

Вместо последнего уравнения для полной энергии  $E$  удобнее пользоваться уравнением только для тепловой энергии хаотического движения:

$$d(n_i E_{Ti})/dt = -n_i [(E_{Ti} - E_0) / \tau_{Ei} + E_{di} / \tau_{Ei} - 2E_{di} / \tau_{pi}], \quad (1, г)$$

которое определяет электронную температуру. Входящие сюда времена релаксации концентрации  $\tau_n$ , импульса  $\tau_p$  и энергии  $\tau_E$  определяют скорости протекания переходных процессов в электронном коллективе и обычно находятся из результатов моделирования методом Монте-Карло (что весьма трудоемко), либо из различного рода эмпирических соотношений, что неточно.

В данной работе предлагается простой способ аналитического их определения. Так как они по своей сути являются характеристиками, усредненными по всей совокупности параметров носителей, то *среднее время релаксации импульса* находится усреднением известных [1] скоростей рассеяния  $\lambda$  для различных механизмов по функции распределения электронов. Функцию распределения  $N(E)=g(E)f(E)$  выбираем максвелловской ( $f(E)=\exp[(E_\phi - E)/(k_B T_e)]$ ),

в которой для учета неравновесности вместо температуры решетки  $T$  используется электронная температура  $T_e$ . На основе соотношения  $N(k)dV_k=N(E)dE$  при квадратичном законе дисперсии производится переход от интегрирования по пространству импульсов к интегрированию по энергии. Опуская формальные процедуры интегрирования, приведем лишь окончательные результаты.

*Примесное рассеяние* является практически упругим и эффективно хаотизирует движение, внося существенный вклад в релаксацию импульса. Для времени релаксации импульса можно использовать модель Брукса—Херринга, учитывающую экранирование примесного центра носителями:

$$\frac{1}{\tau_{пр}} = \sqrt{\frac{8\pi}{m^*}} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \right)^2 \left[ \ln(1+\eta) - \frac{\eta}{1+\eta} \right] N_{пр} (k_B T_e)^{-3/2}, \quad (2)$$

где  $\eta=(2kr_3)^2=12\epsilon\epsilon_0 m^* (k_B T_e)^2 / \hbar^2 e^2 N_{пр}$ .

Для *акустического рассеяния* характерна линейная зависимость скорости рассеяния от температуры кристаллической решетки  $T$ , что связано с уменьшением длины свободного пробега при увеличении количества фононов, и от скорости носителей, пропорциональной  $E^{1/2}$ . При усреднении по максвелловской функции распределения время релаксации импульса будет совпадать со скоростью акустического рассеяния при замене  $E = 3k_B T_e / 2$ :

$$\frac{1}{\tau_{рак}} = \frac{\sqrt{3} m^{*3/2} D_a^2}{\pi \hbar^4 \rho v_{3B}^2} k_B T \sqrt{k_B T_e}. \quad (3)$$

*Оптическое рассеяние* является неупругим, при каждом взаимодействии такого рода энергия электрона изменяется на величину  $\pm \hbar \omega_0$ . Так как эта величина оптического фонона может быть соизмерима с энергией носителей, то скорости рассеяния с погло-

щением фонона и с его возбуждением могут заметно различаться. Усреднение скоростей рассеяния на *оптическом деформационном потенциале* дает для времен релаксации импульса выражение

$$\frac{1}{\tau_{po}^{\pm}} = \left(\frac{m^*}{2\pi}\right)^{3/2} \frac{D_0^2}{\rho \hbar^2 (k_B T_e)^{1/2}} \frac{e^{\mp(t-t_e)}}{\text{sh}t} K_1(t_e). \quad (4)$$

Здесь  $t_e = \hbar\omega_0/2k_B T_e$ ,  $t = \hbar\omega_0/2k_B T$ , а  $K_1$  — модифицированная функция Бесселя второго рода первого порядка.

Общее время релаксации импульса находится через сумму обратных времен для поглощения и возбуждения:

$$\frac{1}{\tau_{po}} = 2 \left(\frac{m^*}{2\pi}\right)^{3/2} \frac{D_0^2}{\rho \hbar^2 (k_B T_e)^{1/2}} \frac{\text{ch}(t-t_e)}{\text{sh}t} K_1(t_e). \quad (5)$$

Для *полярного оптического рассеяния* усреднение скорости рассеяния дает подобные результаты, отличающиеся коэффициентом и на единицу меньшим порядком функции Бесселя:

для обратных времен при поглощении и излучении

$$\frac{1}{\tau_{по}^{\pm}} = \frac{\alpha \omega_0 t_e^{1/2}}{\sqrt{2\pi} \text{sh}t} \exp[\mp(t-t_e)] \cdot K_0(t_e) \quad (6)$$

и для суммарного времени

$$\frac{1}{\tau_{по}} = \alpha \omega_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\text{ch}(t-t_e)}{\text{sh}t} t_e^{1/2} K_0(t_e), \quad (7)$$

где введена так называемая *полярная константа*

$$\alpha = \frac{e^2 \sqrt{m^*}}{4\sqrt{2\pi} \epsilon_0 \hbar (\hbar\omega_0)^{1/2}} \left( \frac{1}{\epsilon_{\infty}} - \frac{1}{\epsilon_{ст}} \right). \quad (8)$$

*Междолинное рассеяние* также является неупругим, поскольку в каждом акте рассеяния поглощается или излучается *междолинный фонон* с энергией  $\hbar\omega_{ij}$ , близкой к энергии оптических фононов. При рассмотрении междолинного рассеяния, в отличие от других механизмов, усреднение кинетического уравнения производится не по всей зоне Бриллюэна, а по характерным состояниям, соответствующим отдельным долинам. Поэтому даже при сохранении общего количества частиц во всей зоне их концентрация может перераспределяться между отдельными долинами. Соответственно инерционность этого процесса определяется концентрационным временем релаксации  $\tau_n$ , которое находится, как и время релаксации импульса  $\tau_p$ , усреднением скорости междолинного рассеяния. Используя для этого, как и в предыдущих случаях, максвелловскую функцию с электронной температурой  $T_e$ , получим для времен релаксации  $\tau_{ij}^{\pm}$  с поглощением (верхний знак) и испусканием (нижний знак) междолинного фонона  $\hbar\omega_{ij}$  при переходе электрона из  $i$ -долины в  $j$ -долину:

$$\frac{1}{\tau_{p_{ij}}^{\pm}} = \left(\frac{m_j^*}{2\pi}\right)^2 \frac{Z_j D_{ij}^2}{\rho \hbar^3 \omega_{ij}} \frac{e^{-\delta_{ij}/2}}{\text{sh}t} |\delta_{ij}| \sqrt{k_B T_e} e^{\mp(t-t_e)} K_1\left(|\delta_{ij}|/2\right) \quad (9)$$

Здесь  $\delta_{ij} = \Delta_{ij}/k_B T_e = (E_{cj} - E_{ci})/k_B T_e$  — нормированное расстояние от дна  $j$ -долины до дна  $i$ -долины, т. е. при переходе электрона из нижней долины в верхнюю  $\delta_{ij} > 0$ , а величины  $t$  и  $t_e$  определяются как и при оптическом рассеянии, но в них нужно подставлять энергию *междолинного* фонона.

Суммирование обратных времен релаксации с излучением и поглощением фононов дает

$$\frac{1}{\tau_{p_{ij}}} = \left(\frac{m_j^*}{2\pi}\right)^2 \frac{2Z_j D_{ij}^2}{\rho \hbar^3 \omega_{ij}} \frac{|\delta_{ij}| e^{-\delta_{ij}/2}}{\text{sh}t} \text{ch}(t-t_e) \sqrt{k_B T_e} K_1\left(|\delta_{ij}|/2\right) \quad (10)$$

При использовании последних соотношений нужно обратить внимание на следующие обстоятельства. Во-первых, в эти соотношения входит эффективная масса плотности состояний, которая обычно учитывает количество долин, и в таком случае величину  $Z_j$  нужно исключить. Во-вторых, выражения (9) и (10) получены в предположении, что энергия междолинного фонона намного меньше междолинного расстояния ( $\hbar\omega_{ij} \ll \Delta_{ij}$ ). Это вполне оправдано для большинства практически важных случаев, когда междолинное расстояние заметно превышает величину  $k_B T$ . Для анализа рассеяния между эквивалентными долинами ( $\Delta_{ij} = 0$ ) можно использовать соотношения (4) и (5) для времен релаксации при неполярном оптическом рассеянии с соответствующей заменой обозначений.

Взаимодействие электрона с примесными атомами является практически полностью упругим и не вызывает релаксации энергии. Поэтому считают, что для *примесного рассеяния*  $1/\tau_{Eпр} = 0$ .

При определении времен релаксации энергии для *фононных видов* рассеяния удобнее пользоваться не временем  $\tau_E$ , а отношением

$$\frac{\tau_p}{\tau_E} = \frac{\hbar\omega_{\phi}}{E - E_0} \frac{1/\tau_{p\phi}^+ - 1/\tau_{p\phi}^-}{1/\tau_{p\phi}^+ + 1/\tau_{p\phi}^-}, \quad (11)$$

которое характеризует среднюю часть энергии, теряемой электроном за время  $\tau_p$ , т. е. степень упругости соударений. При подстановке выражений для оптических видов рассеяния отношение примет вид

$$\frac{\tau_p}{\tau_E} = \frac{4}{3} \frac{t t_e}{t - t_e} \text{th}(t - t_e). \quad (12)$$

При междолинном рассеянии, когда энергия электрона изменяется не только на величину энергии фонона, но и на величину междолинного расстояния  $\pm\Delta_{ij}$ , аргументом функции Бесселя является параметр  $|\delta_{ij}/2 \pm t_e|$ , и соответствующее выражение будет более сложным. Однако для наиболее типичных случаев, когда  $\hbar\omega_{ij} \ll \Delta_{ij}$ , отношение  $\tau_p/\tau_E$  также можно определять по (12).

Важным свойством отношения времен релаксации импульса и энергии является практически линейная зависимость от обратной электронной температуры, что предопределяет специфику протекания физических процессов в сильных электрических полях. Однако это характерно только для *оптических и меж-*

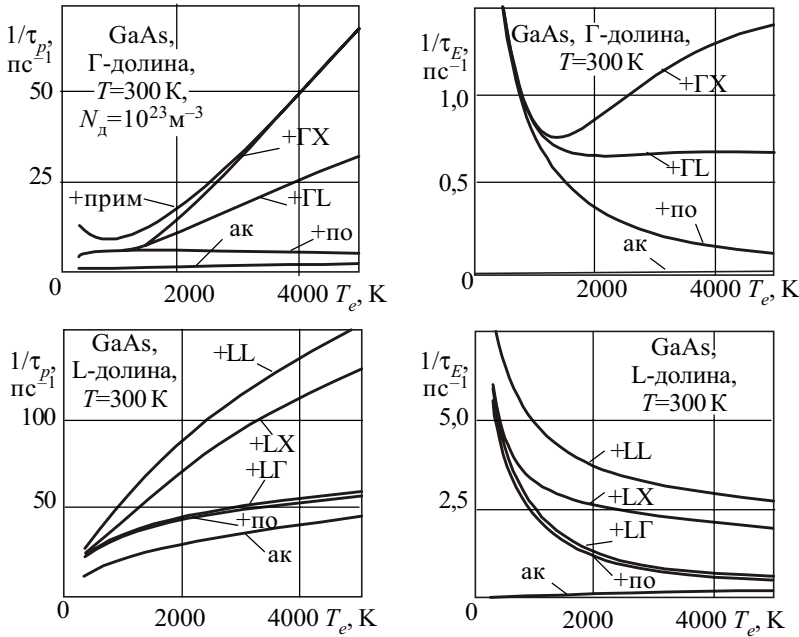


Рис. 1

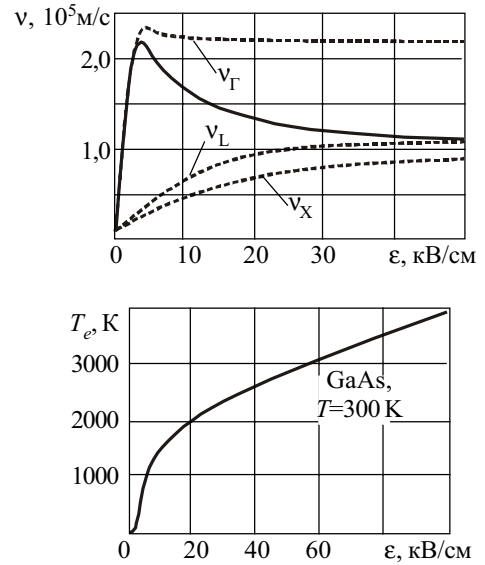


Рис. 2

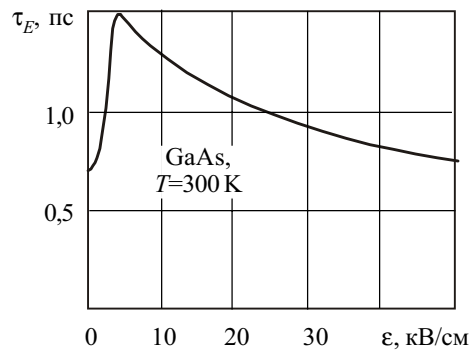
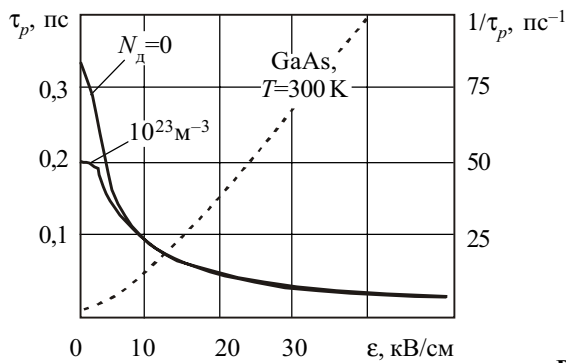


Рис. 3

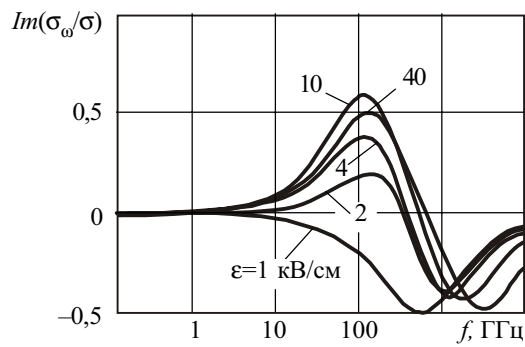
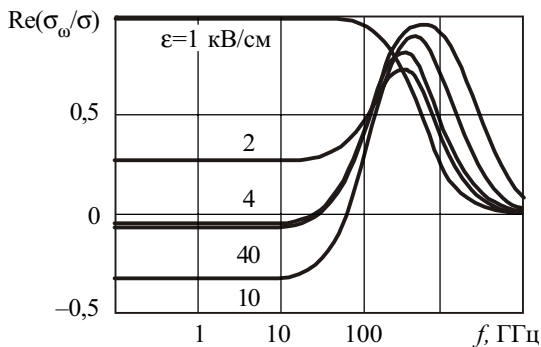


Рис. 4

должных фононов, энергия которых из-за узости спектра принимается постоянной.

При участии в рассеянии акустических фононов наблюдается несколько иная ситуация. Во-первых, из-за их малой энергии и, соответственно, высокой упругости этого рассеяния иногда пренебрегают акустическим механизмом релаксации энергии. Но при отсутствии оптического рассеяния именно акустический механизм вызывает передачу энергии от элект-

ронов кристаллической решетке. Во-вторых, упругость акустического рассеяния практически не зависит от электронной температуры, т. к. с ростом  $T_e$  возрастает и энергия фононов, участвующих в рассеянии. Эта особенность связана с тем, что спектр акустических колебаний достаточно широкий и в рассеянии принимают участие лишь низкочастотные фононы. При квадратичном законе дисперсии электронов и линейном для фононов [2] отношение (11) принимает вид

$$\frac{\tau_p}{\tau_E} = \frac{4m^* v_{зв}^2}{k_B T} \quad (13)$$

На рис. 1 представлены результаты расчета обратных времен релаксации импульса и энергии для различных видов рассеяния для L- и X-долин в зависимости от электронной температуры. Используя их значения, на основе уравнений (1) суммированием вкладов электронов каждой долины [3] могут быть найдены стационарные поле-скоростная  $v(\mathbf{e})$  и поле-температурная  $T_e(\mathbf{e})$  характеристики (рис. 2), а также относительные заселенности долин  $n_i/n$ .

Графики этих функций хорошо соответствуют широко известным данным эксперимента для GaAs и из них могут быть вычислены средние по долинам времена релаксации, которые представлены на рис. 3 и которые могут использоваться для анализа релаксационных процессов на основе уравнений, подобных (1), но без разделения по долинам.

Полученные релаксационные параметры хорошо описывают и высокочастотные свойства GaAs. Величина высокочастотной электропроводности, нормированная на ее статическое значение, может быть рассчитана в малосигнальном приближении из соотношения [4]

$$\frac{\sigma_\omega}{\sigma} = \frac{\tau_{p\omega}}{\tau_{p0}} - \frac{v_{0\Gamma} \tau_{E\omega}}{v_{H\Gamma} \tau_{E0}} \left\{ \frac{\tau_{p\omega}}{\tau_{p0}} + \frac{b_{i0} b_{j0}}{1 + i\omega\tau_m} \frac{\Delta_{ji}}{k_B T_e} \right\} \quad (14)$$

где  $\tau_m = (1/\tau_{ij} + 1/\tau_{ji})^{-1}$  — суммарное для всех долин время междолинной релаксации.

На рис. 4 представлены частотные зависимости действительной и мнимой частей электропроводности, нормированной на ее статическое значение  $\sigma = e^2 n \tau_{p0} / m^*$ . Частотная зависимость  $\sigma_\omega$  определяется множителями  $\tau_\omega / \tau_0 (1 + i\omega\tau)^{-1}$ , содержащими три временные константы —  $\tau_p$ ,  $\tau_E$  и  $\tau_m$ . Первое слагаемое зависит от частоты столкновений, т. е. от времени релаксации импульса, и объясняется инерционностью процессов рассеяния. Второе слагаемое связано с переходом дрейфовой скорости к режиму насыщения, что требует участия оптических фононов и возможно только при повышении температуры электронов. Инерционность процессов разогрева определяется временем релаксации энергии, поэтому второе слагаемое содержит еще и  $\tau_E$ . Для процессов, связанных с перераспределением электронов по долинам, характерна инерционность как процессов разогрева, так и междолинных переходов. Поэтому в третье слагаемое входят времена  $\tau_E$  и  $\tau_m$ . Здесь  $\tau_m$  — время междолинной релаксации, обратная величина которого находится суммированием обратных времен  $\tau_{nij}$  для разных долин. Существенно также, что оно пропорционально энергетическому расстоянию  $\Delta_{ij}$  между долинами и предопределяет отрицательное значение  $\sigma_\omega$  (ОДП).

Из этих трех времен наибольшее значение (около 1 пс) имеет время  $\tau_E$ , поэтому верхний частотный предел ОДП зависит прежде всего от инерционности процессов разогрева электронов и составляет десятки гигагерц. В слабом поле (верхняя кривая на рис. 4) процессы разогрева и междолинных переходов несут существенны, поэтому спад проводимости определяется величиной  $\tau_p$  и происходит на частоте около 100 ГГц. Реактивная проводимость проявляется на более низких частотах (около 10 ГГц), что объясняется особенностями множителей  $(1 + i\omega\tau)^{-1} = (1 - i\omega\tau) / (1 + \omega^2\tau^2)$ : реактивная проводимость, в отличие от активной, пропорциональна первой степени  $\omega\tau$ . В слабом поле она имеет индуктивный характер, но в области ОДП меняет знак вместе с активной составляющей и становится емкостной. В дальнейшем на очень высоких частотах за время периода поля межзональные переходы не успевают происходить (высокочастотная составляющая заселенности долин уменьшается), и реактивная проводимость снова становится индуктивной. Если учесть, что при этом большая часть электронов находится в верхних долинах, то величина проводимости определяется параметрами этих долин.

Учет тока смещения  $j_{см} = i\omega\epsilon_0 \mathbf{E}$  приводит к появлению в комплексной проводимости  $\sigma_\omega$  только мнимой составляющей  $i\omega\epsilon_0$ , а для нормированной величины  $\sigma_\omega / \sigma$  ее вклад равен  $\Delta\sigma_\omega / \sigma = i\omega\epsilon_0 / en\mu = i\omega\tau_{мкс}$ . Здесь  $\tau_{мкс} = \epsilon_0 / \sigma$  — максвеллово время релаксации, которое и определяет инерционность процессов, связанных с токами смещения. Его величина может изменяться в широких пределах в зависимости от концентрации примеси, но для типичных значений  $N_d$  порядка  $10^{23} \text{ м}^{-3}$  это время в сильных электрических полях составляет  $10^{-1} \dots 10^{-2}$  пс. Соответственно влияние тока смещения заметно лишь на частотах в сотни гигагерц. Но уже при концентрациях примеси порядка  $10^{21} \text{ м}^{-3}$  максвеллово время релаксации становится большим, чем время релаксации энергии, и инерционность проводимости будет определяться, в основном, токами смещения.

Необходимо отметить, что рассчитанные релаксационные параметры GaAs хорошо описывают переходные процессы и в импульсных электрических полях.

#### ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Матуленис А., Пожела Ю., Реклайтис А. Динамика разогрева электронов / В кн.: Многодолинные полупроводники. Т. 1.— Вильнюс: Мокслас, 1978.
2. Иващенко В. М., Митин В. В. Моделирование кинетических явлений в полупроводниках. Метод Монте-Карло.— Киев: Наукова думка, 1990.
3. Куликов К. В., Москалюк В. А., Ханжиев Д. С. Насыщение дрейфовой скорости и упругость рассеяния // Электроника и связь.— 2001.— № 11.— С. 100—104.
4. Москалюк В. А., Куликов К. В. Высокочастотная проводимость GaAs // Электроника и связь.— 2002.— № 17.— С. 40—43.