

## Двумерное численное моделирование субмикронных полевых структур

Проведен анализ и рассмотрены процедуры двумерного моделирования физических процессов в субмикронных арсенид-галлиевых полевых структурах. Система двумерных уравнений включает уравнение Пуассона, уравнение непрерывности тока, а также аппроксимации для учета эффектов сильного поля. Предложены численные алгоритмы решения двумерной системы уравнений и их адаптация для анализа субмикронных структур со сложной топологией. Приведены результаты моделирования для субмикронных полевых транзисторов с барьером Шотки (ПТШ) с длиной затвора 0.2 мкм.

The analysis and procedures of two-dimensional modelling of physical processes in submicron GaAs field structures are considered. The system of the two-dimensional equations includes: Poisson's equation, current continuity equation and also approximations for the account of strong field effects. Numerical algorithms of the decision of 2D-system equations and their adaptation for the analysis of submicron structures with complex topology are offered. The modeling characteristics of submicron field-effect transistors (MESFET) with a gate length 0.2 microns are resulted.

### Введение

Существующие подходы к моделированию субмикронных полевых структур различаются размерностью задач, принятыми допущениями и необходимым объемом вычислений. Успехи технологии и переход к субмикронным размерам активных областей, включая многолойные структуры, обусловили необходимость разработки физико-топологических моделей, учитывающие короткоканальные эффекты – нестационарный дрейф носителей заряда, влияние физических процессов в подложке, а также механизмы рассеяния носителей заряда, включая междолинные, которые существенным образом определяют работу полевых транзисторов на основе многодолинных полупроводников. Необходимость двумерного моделирования физических процессов, когда длина затвора не превышает 0.5 мкм, обусловлена ее сравнимостью с характерными размерами высоколегированных слоев. Результаты такого моделирования могут использоваться в более простых моделях для схемотехнического проектирования устройств с субмикронными транзисторами в своем составе и для аппроксимаций характеристик транзисторов. Предложенная в работе модель, основанная на решении уравнений Пуассона и уравнения непрерывности в сочетании с аппроксимациями подвижности носителей заряда в сильных электрических полях, позволяет рассчитать как физические характеристики транзистора, так и статические (вольт-амперные) характеристики в широком диапазоне питающих напряжений. Дополнив исходную систему уравнениями сохранения импульса и энергии, учитывающими различные условия и параметры разогрева носителей в различных долинах многодолинных полупроводников, модель можно учесть эффекты “всплеска” дрейфовой скорости и междолинного рассеяния, существенным образом определяющего возникновение отрицательной дифференциальной проводимости.

### Методы и алгоритмы двумерного моделирования

Двумерные уравнения Пуассона и уравнение непрерывности во временной области представляют собой уравнения в частных производных эллиптического типа. В самом общем случае уравнение в частных производных эллиптического типа записывается в виде:

$$a \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla(b \nabla u) + cu = f,$$

где  $a, b, c$  – константы,  $f$  – константа или функция.

Для получения распределений потенциала в поперечной к направлению распространения сигнала плоскости  $xu$  в самом общем случае необходимо решать уравнение Пуассона для двумерной области:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\rho / \varepsilon_0 \quad (1)$$

Здесь  $\rho = n(x, y) - Nd(x, y)$ , где  $Nd(x, y)$  – функция, задающая профиль легирующей примеси в активной области транзистора.

Для решения уравнения Пуассона область транзистора представляется в виде конечных элементов. Выбор метода разбиения обусловлен необходимостью аппроксимации области со сложной конфигурацией, а также тем, что сильные поля локализуются в области с размерами 0,2-0,3 мкм у стокового края затвора и

требуется более мелкая сетка. Триангуляция в методе конечных элементов связана с представлением моделируемой области в виде совокупности треугольников [1].

Искомое решение представляется в виде:

$$A(x, y) = u_1 \varphi_1(x, y) + u_2 \varphi_2(x, y) + \dots + u_n \varphi_n(x, y),$$

где  $\varphi_i$  - кусочно-линейные базисные функции, отличные от нуля только на треугольниках, имеющих одной из своих вершин  $i$ -й узел. Здесь  $n$  равно общему количеству узлов триангуляции. Триангуляция проводится так, что граница сеточной области совпадает с границей расчётной области. Кроме того, сеточные узлы лежат как на внешней границе, так и на линиях раздела различных сред (металл-полупроводник).

При триангуляции используется адаптивная процедура уменьшения шага сетки до достижения заданной точности. При этом сравниваются потенциалы в соседних точках в области с наибольшим значением градиента потенциала.

Уравнение непрерывности тока транзистора, составляющее вместе с уравнением Пуассона совместную систему уравнений, записывается как:

$$\operatorname{div}[D \operatorname{grad}(n) - \mu \operatorname{grad}(V)] = 0, \quad (2)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии,  $\mu$  - подвижность электронов.

По известным распределениям потенциала в узлах сетки рассчитываются напряженности электрического поля:

$$\mathcal{E} = - \operatorname{grad}(V). \quad (3)$$

Для решения уравнений (1) и (2) на электродах транзистора задаются граничные условия Дирихле для потенциала ( $V = \text{const}$ ). На боковых границах задается условие Неймана ( $\partial u / \partial n = 0$ ), где  $n$  - нормаль к этим границам. Аналогичные условия задаются на свободной поверхности между электродами транзистора.

В слабых полях коэффициент диффузии описывается соотношением Эйнштейна:  $D = \mu kT / e$ . Низкополевое значение подвижности, учитывающее только температуру кристаллической решетки, а также уровни донорной  $N_D$  и акцепторной  $N_A$  примесей может быть найдено по формуле [2]:

$$\mu = \frac{7200(300/T)^{2.3}}{[1 + 5.51 \times 10^{-7}(N_D + N_A)]^{0.233}}.$$

В случае сильного разогрева носителей необходимо учитывать зависимость подвижности электронов от напряженности электрического поля, которые определяются по аппроксимирующим функциям в приближении времени релаксации:

$$\mu_n(T, N_D + N_A, |\mathcal{E}|) = \frac{\mu(T, N_D + N_A) + v_{sat} |\mathcal{E}|^3 / \varepsilon_c^4}{(1 + |\mathcal{E}| / \varepsilon_c)^4} [cm^2 / V \cdot c].$$

Скорость насыщения определится как:  $v_{sat} = (1.28 - 0.0015 \times T) \times 10^7 [cm/c]$ , а критическое значение напряженности электрического поля:  $\varepsilon_c = (5.4 - T / 215) [kB/cm]$ .

Наиболее предпочтительной является универсальная аппроксимирующая функция зависимости дрейфовой скорости от напряженности электрического поля, пригодная для различных температур кристаллической решетки и концентрации примеси:

$$v_c(\varepsilon_c, N_D, T) = \mu \varepsilon_c \frac{300}{T} \cdot \frac{1 + v_H \varepsilon_c^3 / [\mu \varepsilon_0^4 (1 - 5.3 \cdot 10^{-4} T)]}{1 + (\varepsilon_c / \varepsilon_0)^4},$$

где  $\mu$  - подвижность электронов;  $\mu = \mu_0 / (1 + (N_D(m^{-3}) / 10^{23})^{-1/2})$ ;  $v_c$  - стационарное значение скорости электронов,  $v_H$  - скорость насыщения - 0,8-0,9 м<sup>2</sup>/Вс.

Алгоритм решения системы уравнений (1) и (2) с учетом аппроксимаций и уравнения для напряженности электрического поля (3) представляет собой несколько вложенных циклов. Каждое из уравнений (1) и (2), в свою очередь, является системой конечно-элементных уравнений большой размерности. Разреженные матрицы систем обладают диагональным преобладанием и имеют ленточную структуру. Для решения систем используется метод неполного разложения Холецкого в сочетании с итерационным многоступенчатым методом Ньютона. После получения решения с заданной точностью для потенциалов (уравнение Пуассона) и концентрации (уравнение непрерывности) совместно решается

система уравнений (1)-(3) с расчетом на каждом шаге коэффициента диффузии и подвижности электронов по соответствующим аппроксимациям.

Выходной ток ПТШ рассчитывался как нормальная составляющая тока к контакту стока по известным двумерным распределениям концентрации электронов, напряженности электрического поля и подвижности по результатам решения исходной системы уравнений (1)-(3) при достижении заданной точности решений в узлах сетки. При невозможности достижения заданной точности в пределах итерационных процессов (внутреннего и внешнего циклов) осуществлялась процедура дробления шага триангулярной сетки.

Анализ динамических свойств электронов в сильных электрических полях удобно проводить на основе так называемых релаксационных уравнений сохранения числа частиц, их импульса и энергии.

Уравнения сохранения числа частиц, импульса и энергии, полученные путем усреднения кинетического уравнения Больцмана в гидродинамическом приближении предложены в работе [3]. В работе [4] уравнения адаптированы для расчета гетеробиполярного транзистора и без учета тепловых потоков могут быть записаны как:

$$\begin{aligned} \partial n / \partial t + \nabla(n\vec{v}) &= dn / dt ; \\ \partial(nm^* \vec{v}) / \partial t + \nabla[(kT + m^* v^2) \vec{v}] &= -en\mathcal{E} + nE\nabla \log m^* + d(nm^* \vec{v}) / dt ; \\ \partial(nE) / \partial t + \nabla[n\vec{v}(E + kT)] &= -en\mathcal{E} + d(nE) / dt . \end{aligned}$$

В приближении времен релаксации импульса и энергии левые части уравнений записываются:

$$\begin{aligned} dn / dt &= 0 ; \\ d(nm^* \vec{v}) &= -nm^* \vec{v} / \tau_p ; \\ d(nE) / dt &= -n(E - E_0) / \tau_e . \end{aligned}$$

Уравнения сохранения для  $i$ -долины предложены в работах [5-7]:

$$dn_i / dt = -n_i / \tau_{nij} + n_j / \tau_{nji}, \quad (4)$$

$$d(n_i \vec{p}_i) / dt - en_i \mathcal{E} = -n_i \vec{p}_i / \tau_{pi}, \quad (5)$$

$$d(n_i E_i) / dt - en_i \mathcal{E} = -n_i (E_i - E_0) / \tau_{Ei}. \quad (6)$$

Вместо последнего уравнения для полной энергии удобнее использовать уравнение только для тепловой энергии хаотического движения [5]:

$$d(n_i E_{Ti}) / dt = -n_i [(E_{Ti} - E_0) / \tau_{Ei} + E_{di} / \tau_{Ei} - 2E_{di} / \tau_{pi}], \quad (7)$$

которое определяет электронную температуру. В релаксационных уравнениях  $m^*$  - эффективная масса электрона,  $v$  - скорость,  $\mathcal{E}$  - напряженность электрического поля,  $E$  - энергия (индексы относятся к тепловой энергии и энергии дрейфа),  $n$  - концентрация электронов,  $\vec{p}$  - импульс. Решая данные уравнения, можно получить значения скоростей, энергий и заселенность электронами каждой долины.

### Результаты моделирования физических процессов в канале транзистора

В качестве тестовой структуры использовалась структура ПТШ с размерами затвора  $0,2 \times 100$  мкм, толщиной эпитаксиального слоя  $0,1$  мкм со ступенчатым профилем легирующей примеси, с

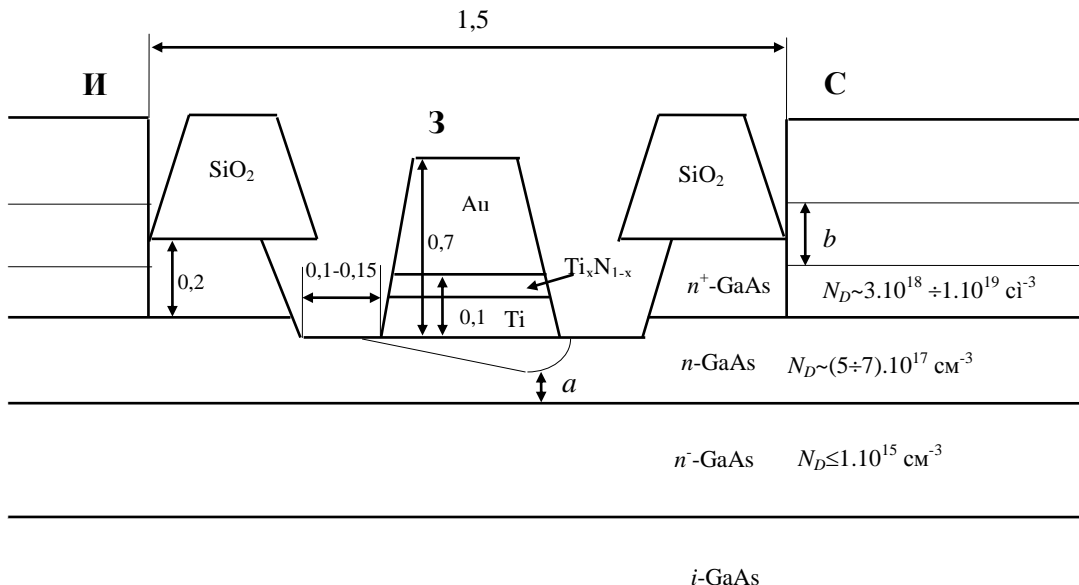


Рис. 1 Топология субмикронного ПТШ

концентрацией доноров в канале и полуизолирующей подложке соответственно  $5 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$  и

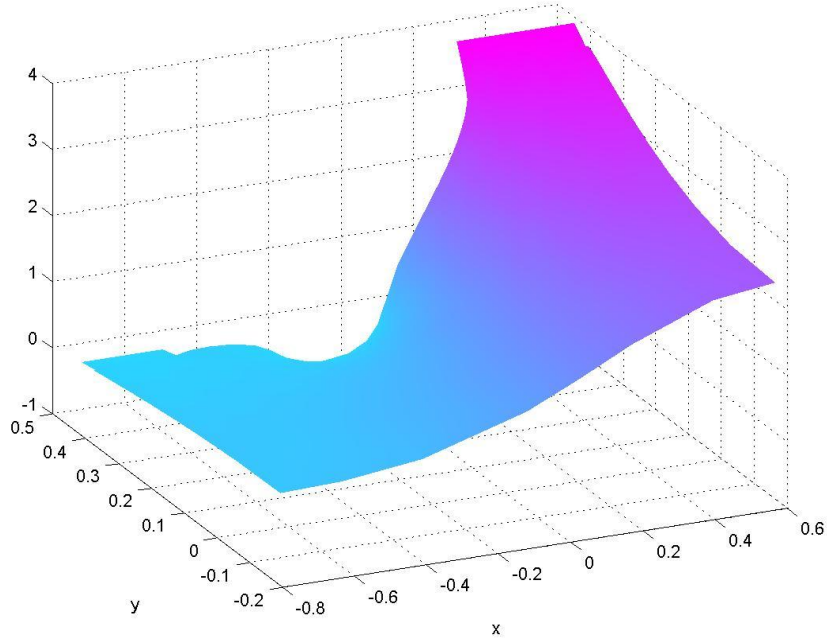


Рис. 2 Распределение потенциала в структуре субмикронного транзистора

$10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Другие размеры, параметры слоев и материалов ПТШ представлены на рис.1. Результаты моделирования физических процессов в канале исследуемого транзистора представлены на рисунках 2-4.

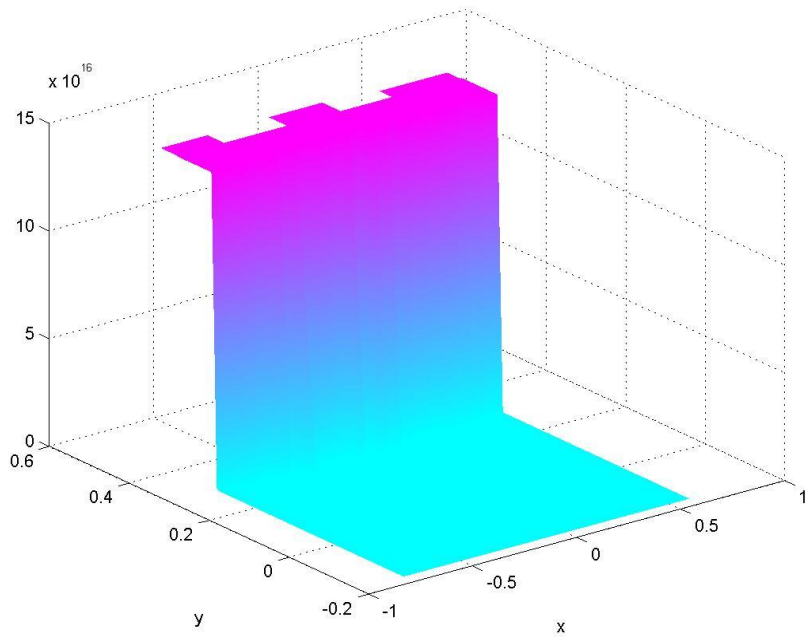


Рис. 3 Ступенчатый профиль концентрации легирующей примеси в канале

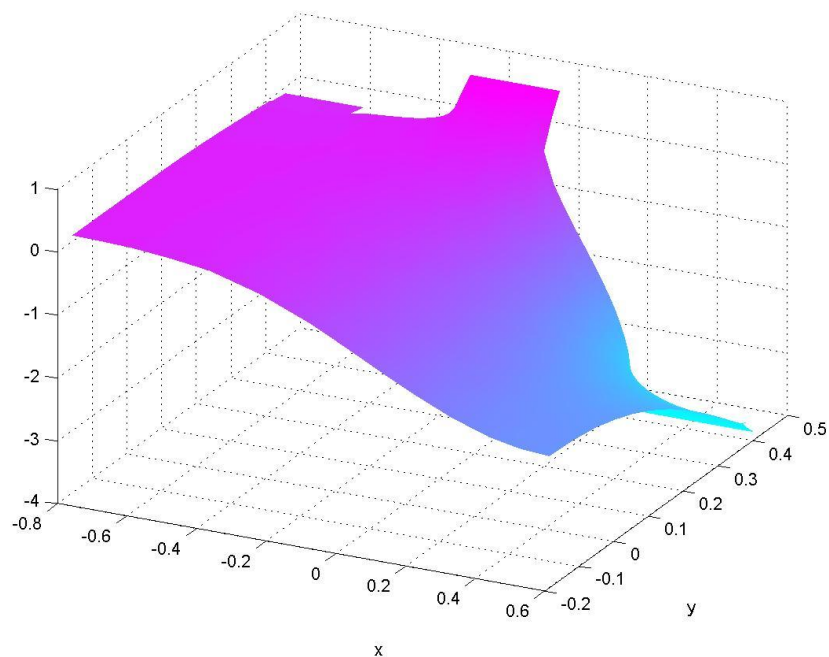


Рис. 4 Потенциальная энергетическая поверхность (эВ) в моделируемой области

Полученные результаты соответствуют следующему электрическому режиму на электродах транзистора: потенциал истока равен нулю, потенциалы на затворе и стоке равны соответственно  $-1,0$  В (с учетом высоты барьера Шотки  $0,8$  В) и  $4,0$  В.

Как показывают результаты сравнения расчетов и измерений [8] для подобной транзисторной структуры с размерами затвора  $0,3 \times 300$  мкм в короткоканальных структурах (длина затвора менее  $0,5$  мкм) на вольт-амперных характеристиках области насыщения тока стока выражены не так ярко, как в относительно более длинных структурах (длина затвора более  $0,5$  мкм), имеющих более пологие характеристики.

С точки зрения анализа интегральных характеристик транзистора это связано с большими значениями динамической крутизны «коротких» структур. Сравнение проведенных расчетов с экспериментом указывает на необходимость учета в исходной системе релаксационных уравнений, например, (4)-(7), так как значения рассчитанных токов стока в пологой области выходных характеристик ПТШ меньше для всех значений питающих напряжений. Как показывают результаты моделирования в квазидвумерном приближении [9], эффект «всплеска» дрейфовой скорости на основе релаксационных уравнений в приближении времени релаксации приводит к увеличению средней скорости электронного газа и росту динамической крутизны и выходной проводимости ПТШ.

## Выводы

Рассмотрены методы и алгоритмы двумерного моделирования субмикронных полевых транзисторов. Предложены процедуры и алгоритмы анализа физических процессов в активной области полевого транзистора на основе двумерных уравнений Пуассона, уравнения непрерывности с учетом разогревных эффектов. Численные процедуры позволяют проводить анализ двумерных распределений потенциала, энергии, напряженности электрического поля и других характеристик транзистора. Разработанные модели позволяют рассчитывать полевые структуры со сложной топологией и профилем концентрации легирующей примеси. В качестве примера рассмотрена структура субмикронного полевого транзистора с барьером Шотки с длиной затвора  $0,2$  мкм. Рассмотренные модели и результаты моделирования могут быть использованы для оптимизации конструкции полевых структур и получения аппроксимации зависимостей для упрощенных моделей используемых в САПР.

## Литература

1. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. М.: Мир, 1986.-318с.
2. L.L.Liou, J.L.Ebel, C.I.Huang. Thermal effects on the characteristics of AlGaAs/GaAs heterojunction bipolar transistors using two-dimensional numerical simulation // IEEE Transactions on electron devices. – 1993.-vol.40.-№1.-P.35–43.

3. K.Blotekjaer. Transport equations for electrons in two-valley semiconductor. // IEEE Transactions on electron devices. – 1970.-vol.17.-№1.-P.38–47.
4. A.Benvenuti, W.M.Coughran, M.R. Pinto. A Thermal-Fully Hydrodynamic Model for Semiconductor Devices and Applications to III-V HBT Simulation // IEEE Transactions on electron devices. – 1997.-vol.44.-№9.-P.1349–1359.
5. Москалюк В.А. Физика электронных процессов. Динамические процессы. Киев.: Аверс. 2004. – 186 с.
6. Куликов К.В., Москалюк В.А., Ханжиев Д.С. Насыщение дрейфовой скорости и упругость рассеяния. // “Электроника и связь”, № 11, 2001, с. 100 – 104.
7. Москалюк В.А., Тимофеев В.И., Ивашук А.В. Расчет релаксационных параметров GaAs в сильных полях. // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. №3, 2003, с. 61-64.
8. R.Leoni, M.Shirokov, J.Bao, C.M.Hwang. A Phenomenologically Based Transient SPICE Model for Digitally Modulated RF Performance Characteristics of GaAs MESFETs // IEEE Transactions Microwave Theory and Techniques.- 2001.-vol.49, №6.-P.1180-1186.
9. Москалюк В.А., Тимофеев В.И. Моделирование малощумящего режима субмикронного ПТШ. // Известия ВУЗов «Радиоэлектроника», т.36,№3-4, 1993, с.57-63.